

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Institut für Geodäsie
und Photogrammetrie
(IGP)

Bericht Nr.

129

**Geodätische Auswertung von GPS-Messungen
(im GPS-Testnetz Turtmann, Wallis)**

Marc Cocard

Juli 1987

VORWORT

Der "graue" Bericht Nr. 129 des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich ist ein integrierender Bestandteil des **zweiten Zwischenberichtes** zum ETH-Forschungsprojekt **Reg.-Nr. 6714/41-0820.05** :

Grundlagen und Anwendungen des neuen satellitengestützten Navigations- systems NAVSTAR/GPS in der Geodäsie und Geodynamik.

Hauptthema der vorliegenden Arbeit ist die Auswertung der im vergangenen Herbst von Wissenschaftlern der Fa. Wild/Heerbrugg im schweizerischen GPS-Testnetz Turtmann, Kanton Wallis, durchgeführten GPS-Messungen mit WM101-Satellitenempfängern. Bei der Durchführung dieser Studien konnte auch diesmal unserem bewährten Ausbildungskonzept gefolgt werden, bei dem Studierende im achten Semester möglichst intensiv in den Kontakt mit aktuellen laufenden Forschungsprojekten kommen. So wurde der grösste Teil der hier zusammengestellten Ergebnisse von Herrn Dipl. Ing. ETH **Marc Cocard** im Rahmen seiner Semester- und Diplomarbeit erarbeitet. Herr Cocard hat dadurch bereits als Student in abend- und nächtelangen Etappen weitgehend selbständig wertvolle Forschungserfahrungen sammeln können.

Nicht zuletzt sei in diesem Zusammenhang aber auch erwähnt, dass ihm eine Reihe von Diskussionshilfen und Arbeitsunterstützungen durch Assistenten der GPS-Arbeitsgruppe (WISA Nr 5.01) des IGP zuteil wurden. Hier seien insbesondere die Herren **A. Geiger**, **B. Bürki**, **M. Müller** und **B. Wirth** erwähnt. Zudem waren Kontakte mit den Herren **R. Scherrer** und **E. Frei** (Fa. Wild) sowie mit den GPS-Experten, unseren Kollegen **PD. Dr. G. Beutler** und **Dr. W. Gurtner**, vom Astronomischen Institut der Universität Bern (AIUB) ausserordentlich lehrreich und anregend. Ihnen allen sei für die konstruktive Zusammenarbeit herzlich gedankt.

Inzwischen verfügt das IGP dank eines ETH-Kredites über eigene WM101-GPS-Empfänger. Erste Testmessungen wurden bereits erfolgreich ausgeführt. Unser Augenmerk galt zunächst den Antennenkalibrationen sowie den fehlertheoretischen Ansätzen, mit denen richtungsabhängige Messfehler (Multipath, Troposphäre, Ionosphäre etc.) möglichst operationell erfasst werden können. Erste Ergebnisse dazu sind im IGP-Bericht Nr 130 publiziert [A. Geiger, 1987]. Die Testmessungen dienen zudem als Grundlage für GPS-gestützte Geoidbestimmungen in der Schweiz, die im Rahmen des Nationalfonds-Projektes **Nr. 2.004-0.86** ausgeführt werden. Weitere Publikationen dazu sind in der Reihe der "grauen" Berichte des IGP vorgesehen.

H.-G. Kahle
IGP-ETH Zürich
Juli 1987

ZU DIESEM BERICHT

Im Oktober 1986 wurden von Mitarbeitern der Fa. Wild/Heerbrugg GPS-Messungen im Testnetz Turtmann während vier Tagen durchgeführt. Diese Messungen wurden mir freundlicherweise für meine Diplomarbeit zur Verfügung gestellt.

Der hier vorliegende Bericht setzt sich im wesentlichen aus der Diplomarbeit zusammen, die aber noch einmal überarbeitet und erweitert wurde.

Der Bericht gliedert sich in drei Teile. Teil I behandelt die allgemeineren Aspekte des GPS-Systems. Teil II gibt eine kurze Einführung in das Auswerteprogramm PoPS der Fa. Wild/Heerbrugg. Die hier benutzten englischen Titel entsprechen exakt den Menüwahlen, wie sie im Programm auftreten, und es wurde deshalb auf eine deutsche Übersetzung verzichtet. Teil III beinhaltet dann die eigentliche Auswertung mit einer Zusammenstellung der Resultate, Vergleiche etc.

An dieser Stelle möchte ich meinen herzlichen Dank aussprechen

an Herrn Prof. Dr. **H-G Kahle**, dass er mir ermöglicht hat, eine siebenwöchige Diplomarbeit auf diesem neuen und interessanten Gebiet der Vermessung zu erarbeiten, an die **Firma Wild**, für die Bereitstellung von Messdaten und insbesondere an die Herrn dipl. Ing. **R. Scherrer** und **E. Frei** für ihre Hilfsbereitschaft bei der Beschaffung von Unterlagen zur Auswertesoftware und freundlichen Erklärungen und Hinweise, an die Herren dipl. Ing. **A. Wiget** und **M. Müller**, für die Unterstützung bei den Berechnungen der Transformationen, und "last but not least" an Herrn dipl. Phys. **A. Geiger** für seine hervorragende Betreuung während der Diplomarbeit. Ihm verdanke ich viele wertvolle Hinweise.

M. Cocard
IGP - ETHZ

Teil I:	Global Positioning System :	
	Messmethoden und Beobachtungsgleichungen	1

1.	Einleitung	1
2.	Systembeschreibung	2
3.	Navigation mit GPS	3
3.1.	GPS-Signalstruktur	3
3.2.	Die klassische Navigationslösung (real time positioning)	5
3.3.	Geometrische Genauigkeitsfaktoren	7
3.4.	Fehlereinflüsse	8
3.5.	Bedeutung für geodätische Methoden (single point positioning)	9
4.	Vermessung mit GPS	11
4.1.	Empfängertypen	11
4.2.	Vorbereitung einer Messkampagne	12
5.	Phasenmessung	13
5.1.	Beobachtungsgleichung der "one-way-phase"	12
5.2.	Einfache Differenzen (single differences)	16
5.3.	Doppeldifferenzen (double differences)	18
5.4.	Linearisierung der Beobachtungsgleichung der Doppeldifferenzen	20
5.5.	Mathematische Korrelationen	23
6.	Fehlereinflüsse	27
6.1.	Fehler in der Satellitenposition	27
6.2.	Mehrfachwegausbreitung	28
6.3.	Einflüsse des Ausbreitungsmediums	28
6.3.1.	Einfluss der Troposphäre	28
6.3.2.	Einfluss der Ionosphäre	31

Teil II :	Auswertung mit PoPS	33
------------------	----------------------------	-----------

1.	Field preparation	34
2.	Data transfer	35
3.	Preprocessing	36
3.1.	Determine standard orbits	36
3.2.	Compute single point positioning	37
3.3.	Define baselines	38
3.4.	Create single differences files	39
3.5.	Screen data	39
4.	Computation	43
4.1.	Define network	43
4.2.	Compute network	44
4.3.	Display and store results	45
5.	Transformation and results	45
6.	Data editor	45

Teil III :	Auswertung, Resultate und Interpretation der Messungen GPS-Testnetz Turtmann.	46
<hr/>		
1.	Einleitung	46
2.	Das 3D-Testnetz Turtmann	46
3.	Satellitenkonstellation	47
4.	Auswertung	53
4.1.	Vorgehen	53
4.2.	Rohdaten	54
4.3.	Definition der Sessions	56
4.4.	Single-point-Lösung	58
4.4.1.	WGS-72 Koordinaten aus single-point-Lösung	59
4.4.2.	Uhrparameter aus single-point-Lösung	62
4.5.	Aufbereitung und Auswertung der Session 5 (14.Oktober 1986)	63
4.5.1.	Definition der Basislinien der Session 5	63
4.5.2.	Data screening der Session 5	63
4.5.3.	Resultate der Session 5	64
4.6.	Aufbereitung und Auswertung der Session 7 (15.Oktober 1986)	65
4.6.1.	Definition der Basislinien der Session 7	65
4.6.2.	Data screening der Session 7	65
4.6.3.	Resultate der Session 7	66
4.7.	Aufbereitung und Auswertung der Session 9 (16.Oktober 1986)	68
4.7.1.	Definition der Basislinien der Session 9 (Version 1)	68
4.7.2.	Data screening der Session 9 (Version 1)	68
4.7.3.	Resultate der Session 9 (Version 1)	69
4.7.4.	Definition der Basislinien der Session 9 (Version 2)	71
4.7.5.	Data screening der Session 9 (Version 2)	71
4.7.6.	Resultate der Session 9 (Version 2)	72
4.7.7.	Vergleich der Resultate der Versionen 1 und 2	73

4.8.	Aufbereitung und Auswertung der Session 10 (15.Oktober 1986)	73
4.8.1.	Definition der Basislinien der Session 10	73
4.8.2.	Data screening der Session 10	74
4.8.3.	Resultate der Session 10	75
4.9.	Gesamtausgleichung	76
4.9.1.	Zusammenstellung der Daten	76
4.9.2.	Ausgeglichene Koordinaten	77
4.9.3.	Fehlerellipsoide	78
4.10.	Vergleich der Teillösungen mit der Gesamtlösung	80
4.10.1.	Vergleich der Koordinaten	80
4.10.2.	Vergleich der Basislinien	81
4.10.3.	Genauigkeitsabschätzung	82
5.	Vergleich und Interpretation	85
5.1.	Vorgehen	85
5.2.	Vergleich mit der Lösung der Firma Wild/Heerbrugg	86
5.3.	Vergleich mit der Macrometer-Lösung	88
5.5.	Vergleich mit den (L+T 87-1)-Koordinaten	89
5.6.	Zusammenfassung und Schlussfolgerungen	93
6.	Einfluss der Troposhärenmodelle auf die Gesamtlösung	94
6.1.	Vorgehen	94
6.2.	Einfluss auf die Auflösung der Mehrdeutigkeiten	95
6.3.	Einfluss auf die Koordinaten	96
7.	Einfluss des Ionosphärenmodells auf die Gesamtlösung	99
7.1.	Vorgehen	99
7.2.	Einfluss auf die Koordinaten	99
8.	Einfluss der Beobachtungsdauer auf die Lösung	100
8.1.	Vorgehen	100
8.2.	Single-point-Lösung	100
8.2.1.	WGS-72 Koordinaten aus single-point-Lösung	101
8.2.2.	Uhrparameter aus single-point-Lösung	103

8.3.	Auswertung der Phasenmessungen	104
8.3.1.	Getrennte Berechnung der einzelnen Sessions	104
8.3.2.	Gesamtausgleichung und Vergleich	106
8.3.3.	Schlussfolgerungen	108
9.	Referenzliste	109
10.	Abkürzungen	111

TEIL I

Global Positioning System : Messmethoden und Beobachtungsgleichungen

1. EINLEITUNG

Die Satellitengeodäsie gewinnt ständig an Bedeutung, da sie die Bestimmung von dreidimensionalen Koordinaten in einem geozentrischen Koordinatensystem ermöglicht und dies mit grosser Genauigkeit.

Ende der fünfziger Jahre wurden die ersten künstlichen Satelliten in Umlauf um die Erde gebracht (Sputnik (1957), Vanguard, Explorer (1958)). Um die Bahnen dieser Satelliten zu überwachen, wurden sie mit Sendern ausgestattet, die Radiosignale auf einer konstanten Frequenz aussenden. In Kontrollstationen wurden die Dopplerverschiebungen der Frequenz gemessen und daraus die Position des Satelliten bestimmt. Das Problem war also, die Position des Satelliten bei bekannter Position der Kontrollstationen zu berechnen. Die Idee, das Umkehrproblem, also die Position eines Beobachters, anhand der ausgesandten Radiosignale von Satelliten mit bekannter Umlaufbahn zu bestimmen, führte zum Aufbau des Navy Navigation Satellite System (NNSS) (Überblick s. z.B.: [GEIGER und KAHLE 1982]). Dieses Navigationsystem (TRANSIT-System) arbeitet auf dem Prinzip der Dopplermesstechnik und diente am Anfang vor allem militärischen Zwecken.

Das NNSS wird jetzt durch eines neues leistungsstärkeres ersetzt : das NAVSTAR/GPS (NAVigation Satellite Timing And Ranging / Global Positioning System). Auch dieses System ist von militärischen Stellen in den USA konzipiert und wird deshalb vor allem militärischen Zwecken im Bereich der Navigation dienen. Bei vollem Ausbau, voraussichtlich 1992, wird GPS eine weltweite, kontinuierliche und homogene Positions- und Geschwindigkeitsbestimmung in Echtzeit sowie eine hochpräzise Zeitübertragung ermöglichen (Überblick s. z.B.: [KAHLE, GEIGER und WIGET, 1986]).

An dieses System werden folgende Anforderungen gestellt:

- Globale Überdeckung, d.h.: überall und zu jeder Zeit einsetzbar.

- Unempfindlich gegenüber Wetterbedingungen.
- Auch im hochdynamischen Modus einsetzbar.
- Größenordnung der angestrebten Genauigkeit :

3D-Position	10	m
Geschwindigkeit	0,1	m/sec
Zeitübertragung	50	nsec

Im Gegensatz zum TRANSIT-System benutzt die Echtzeitnavigation mit GPS keine Doppler-, sondern Laufzeitmessungen. Daneben ist es möglich, Phasenmessungen an den Trägerwellen durchzuführen, was zu einer erheblichen Genauigkeitssteigerung führt. Dies wird von geodätischen Messverfahren ausgenutzt, mit denen man Genauigkeiten im Zenti- und Millimeterbereich für Relativpositionierung in Netzen von mehreren 10 km Ausdehnung anstrebt.

2. SYSTEMBESCHREIBUNG

Im Endausbau des Systems, der für 1991 geplant war, sich aber wegen der Challenger-Katastrophe um paar Jahre verzögern könnte, werden 18 operationelle Satelliten und 3 aktive Reservesatelliten die Erde auf einer Höhe von 20200 km mit einer Geschwindigkeit von 3870 m/sec umkreisen. Sie bewegen sich auf Bahnen, die um 55° gegenüber dem Äquator geneigt sind, und ihre Umlaufzeit beträgt ca 12 Stunden. Da ihr Drehsinn dem der Erde entgegengesetzt ist, entsteht für den Beobachter auf der Erde eine ca. halbtägige Periode. Die 18 Satelliten sind auf 6 Bahnebenen verteilt, mit einem Knotenabstand von jeweils 60° . Pro Bahnebene bewegen sich drei Satelliten in einem Abstand von 120° . Diese Konfiguration gewährt eine homogene Überdeckung mit mindestens vier Satelliten, die für die Echtzeitnavigation nötig sind.

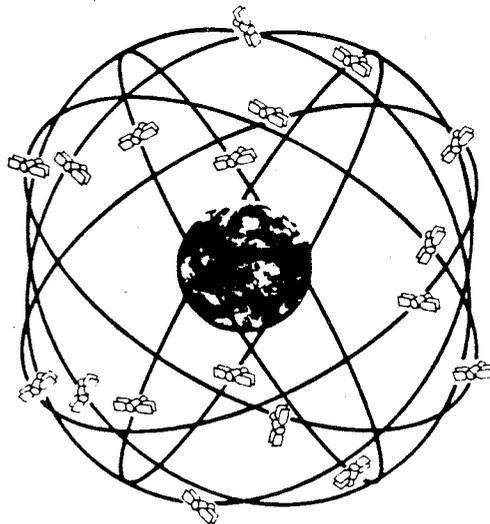


Abb.1: Die Satellitenkonstellation im Endausbau

Die Abbildungen 1, 2 und 5, 6, 7 sind der Publikation von Scherrer entnommen (mit Genehmigung des Autors).

Die Satelliten werden von Kontrollstationen aus überwacht, und die aus hochpräzisen Messungen berechneten Daten (Ephemeriden, Zeitkorrektur) werden täglich in die Rechenspeicher der Satelliten übertragen.

3. NAVIGATION MIT GPS

Das Prinzip der Echtzeitnavigation beruht auf Messungen der Laufzeit von Radiowellensignalen zu mindestens vier Satelliten. Aus diesen vier Beobachtungen können die drei Koordinaten des Beobachtungsstandpunktes sowie der Synchronisationsfehler der Empfängeruhr bestimmt werden. Im folgenden wird kurz das Grundprinzip der GPS-Signalstruktur skizziert. Für eine detailliertere Behandlung dieses Problems sei auf den Artikel von Spilker [1980] : "Signal Structure and Performance Characteristics" in Global Positioning System, Papers published in Navigation Vol I, verwiesen.

3.1. GPS-Signalstruktur

Jeder Satellit ist mit einem oder mehreren hochpräzisen Oszillatoren ausgerüstet, die eine Grundfrequenz $f_0 = 10.23$ MHz erzeugen. Da die Stabilität dieser Oszillatoren massgebend für die Genauigkeit ist, werden Cäsium- und in Zukunft möglicherweise auch Wasserstoffmaser-Oszillatoren verwendet, die eine Langzeitstabilität von 10^{-13} bis 10^{-14} gewährleisten. Von dieser Grundfrequenz werden die Trägerfrequenzen L_1 und L_2 als ein Vielfaches abgeleitet.

Die Frequenz von L_1 ist $f_1 = 154 \cdot f_0 = 1575.42$ MHz.

Die Frequenz von L_2 ist $f_2 = 120 \cdot f_0 = 1227.60$ MHz.

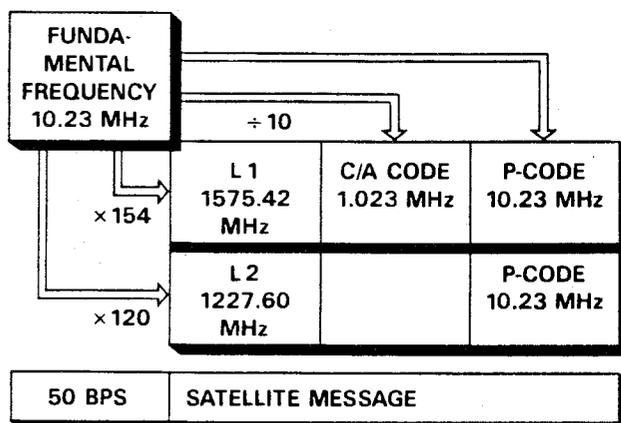


Abb.2: Schematische Darstellung der Signalstruktur (siehe Hinweis bei Abb.1)

Auf dem L_1 -Band sind der C/A- und P-Code aufmoduliert, beide um 90° gegeneinander verschoben. Auf dem L_2 -Band ist nur der P-Code aufmoduliert. Es handelt sich in beiden Fällen um eine Phasenmodulation von 180° .

Zusätzlich zu diesen Codes ist noch die Navigationsnachricht mit einer Rate von 50 bits/sec aufmoduliert. Die Navigationsnachricht enthält u. a. die nötigen Informationen über den Zustand und die Bahn des Satelliten.

Sowohl beim C/A- als auch P-Code handelt es sich um sogenannte Pseudo-random-noise-Folgen (PRN), die, obwohl durch einen mathematischen Algorithmus generiert, die Eigenschaften von binären Zufallsfolgen haben.

C/A-Code	P-Code
PRN-Folge	PRN-Folge
den L_1 und L_2 Trägerwellen aufmoduliert	der L_2 Trägerwelle aufmoduliert
Frequenz : 1.023 MHz	Frequenz: 10.23 MHz
Periode : 1 msec	Periode : ca 38 Wochen (künstlich auf eine Woche reduziert durch Neustarten am Beginn jeder Woche)
Mehrdeutigkeit : 300 km	praktisch keine Mehrdeutigkeit
zivilen Benutzern zugänglich	in der experimentellen Phase zivilen Benutzern zugänglich; bei vollständigem Ausbau besteht die Gefahr, dass der P-Code nur militärischen Benutzern zugänglich sein wird.

Tabelle 1: Vergleich C/A- und P-Code

Die Funktionsweise der meisten Empfängergeräte beruht darauf, dass im Gerät derselbe Code generiert wird, wie der vom Satelliten übertragene Code. Der empfangene und der produzierte Code werden korreliert. Diese Korrelation ermöglicht es, die zeitliche Verzögerungszeit τ zwischen dem empfangenen und dem produzierten Signal zu bestimmen.

3.2. Die klassische Navigationslösung (real time positioning)

Mit Hilfe der Korrelation der generierten und empfangenen Signale lässt sich die Signallaufzeit und daraus die Distanz zwischen Satellit und Empfänger bestimmen. Nun ist aber die gemessene Verzögerungszeit noch mit einem Fehler behaftet, der durch mangelnde Synchronisation zwischen den Uhren der Satelliten und des Empfängers hervorgerufen wird; dies ist der Grund, warum man von Pseudodistanzmessung spricht. Vernachlässigt man die Synchronisationsfehler der Satellitenuhren und berücksichtigt nur denjenigen der Empfängeruhren, so benötigt man im Minimum 4 gleichzeitige Pseudodistanzmessungen zu 4 Satelliten, um die 4 Unbekannten (3 Koordinaten des Beobachters und die Synchronisationsparameter der Empfängeruhr) zu bestimmen.

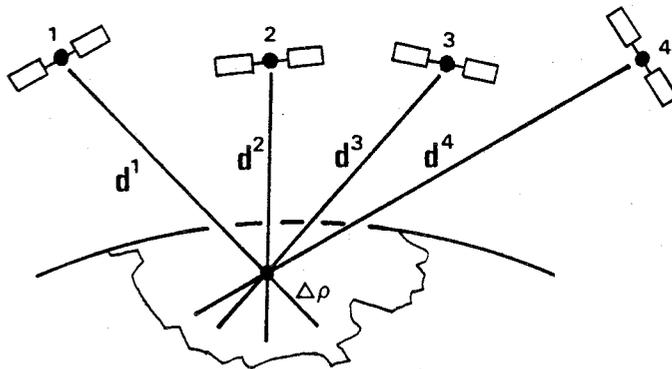


Abb.3: Navigationslösung : $d^1, d^2, d^3, d^4 = \text{Distanzen}$, $\Delta\rho = c \Delta t$

Damit lautet die Beobachtungsgleichung für die Verzögerungszeit τ_j^i :

$$\tau_j^i = \frac{\rho_j^i}{c} = \frac{1}{c} |\mathbf{r}^i - \mathbf{R}_j| + \Delta t_j$$

Mit der Lichtgeschwindigkeit c multipliziert erhält man die Beobachtungsgleichung für die Pseudodistanzmessung :

$$\rho_j^i = |\mathbf{r}^i - \mathbf{R}_j| + c \Delta t_j$$

mit $\rho_j^i =$ Pseudodistanz zwischen i -tem Satelliten und j -ten Empfänger.

$\mathbf{r}^i =$ geozentrischer Ortsvektor zu i -tem Satelliten, er wird aus den broadcast Ephemeriden berechnet und als bekannt angenommen.

$\mathbf{R}_j =$ geozentrischer Ortsvektor zum j -ten Empfänger, er enthält die drei zu bestimmenden Koordinaten des Beobachters .

$\Delta t_j =$ Synchronisationsfehler der Empfängeruhr.

$$\rho_j^i = \sqrt{(X^i - X_j)^2 + (Y^i - Y_j)^2 + (Z^i - Z_j)^2} + \Delta\rho_j$$

mit

$$\Delta\rho_j = c \Delta t_j$$

$X^i, Y^i, Z^i =$ Geozentrisch kartesische Koordinaten des i-ten Satelliten
 $X_j, Y_j, Z_j =$ Geozentrisch kartesische Koordinaten des j-ten Empfängers

Um das Problem auf die Auflösung eines Gleichungssystems erster Ordnung zurückzuführen, wird die Beobachtungsgleichung linearisiert, was zu der Koeffizientenmatrix A führt mit :

$$A^i = [a_x^i \quad a_y^i \quad a_z^i \quad 1]$$

wobei gilt :

$$\frac{\partial \rho_j^i}{\partial X_j} = \frac{X_j - X^i}{d_j^i} = a_x^i$$

$$\frac{\partial \rho_j^i}{\partial Y_j} = \frac{Y_j - Y^i}{d_j^i} = a_y^i$$

$$\frac{\partial \rho_j^i}{\partial Z_j} = \frac{Z_j - Z^i}{d_j^i} = a_z^i$$

$$\frac{\partial \rho_j^i}{\partial (\Delta\rho_j)} = 1$$

Die A^i -Vektoren bilden die Zeilen der A-Matrix.

Nimmt man weiterhin an, dass alle Messungen unabhängig sind und alle gleich genau, so ist die Kovarianzmatrix der Beobachtungen : $K_{ll} = \sigma_p^2 I$. Die Gewichtsmatrix kann damit als Einheitsmatrix angenommen werden, und das Normalgleichungssystem lautet somit : $N = A^T A$. Dieses (4 • 4) - Gleichungssystem wird invertiert, und die 4 Unbekannten werden bestimmt.

Dies ist die **klassische Lösung für die Navigation**. Das Vorgehen lässt sich folgendermassen zusammenfassen :

- Im Empfänger werden gleichzeitig die Pseudodistanzmessungen zu mindestens vier Satelliten mit Hilfe der Korrelation des C/A- resp. P-Codes bestimmt, anschliessend die Navigationsnachricht entschlüsselt.
- Die in der Navigationsnachricht enthaltenen Ephemeriden (broadcast ephemeris) dienen zur Berechnung der Position der Satelliten.

- Das linearisierte Normalgleichungssystem wird aufgestellt und invertiert und die momentane Position des Empfängers bestimmt.

Da in der Navigation der dynamische Modus eine grosse Rolle spielt, wird eine Echtzeitlösung benötigt, welche die momentane Position anzeigt und mit einer hohen Frequenz laufend neu berechnet. Die oben skizzierte Lösung entspricht diesen Anforderungen, und die dabei erreichte Genauigkeit liegt im 20 - 100 m Bereich, je nachdem welcher Code verwendet wird.

3.3. Geometrische Genauigkeitsfaktoren

Wie oben gezeigt, erhält man ein $(4 \cdot 4)$ Normalgleichungssystem für die vier Unbekannten: x , y , z und Δt .

Aus der invertierten Normalgleichungsmatrix erhält man die Kofaktorenmatrix Q_{xx} :

$$N = A^T A \quad (\text{mit } P = I) \Rightarrow N^{-1} = Q_{xx} = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{zx} & q_{yz} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{tx} & q_{ty} & q_{tz} & q_{tt} \end{bmatrix}$$

Es ist nun in der Navigation üblich, aus dieser Q_{xx} -Matrix verschiedene Kenngrössen zu berechnen:

* Horizontal Dilution Of Precision	HDOP = $\sqrt{q_{xx} + q_{yy}}$
* Vertical Dilution Of Precision	VDOP = $\sqrt{q_{zz}}$
* Positioning Dilution Of Precision	PDOP = $\sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$
* Time Dilution Of Precision	TDOP = $\sqrt{q_{tt}}$
* Geometric Dilution Of Precision	GDOP = $\sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}}$

Durch Berücksichtigung der Kovarianzen könnte man diese Grössen aussagekräftiger machen. Sie würden der Wurzel von Kofaktoren entsprechen. Dies ist aber in der Navigation nicht üblich.

Diese DOP's sind unabhängig von der Messgenauigkeit und hängen nur von der Anzahl sowie von der geometrischen Verteilung der Satelliten ab. Für die Positionsbestimmung interessiert vor allem das PDOP. Der mittlere Fehler an einer der Grössen (Lage, Höhe, Zeit usw.) ergibt sich dann aus dem Produkt des entsprechenden DOP's mit dem mittleren Fehler der Pseudodistanz.

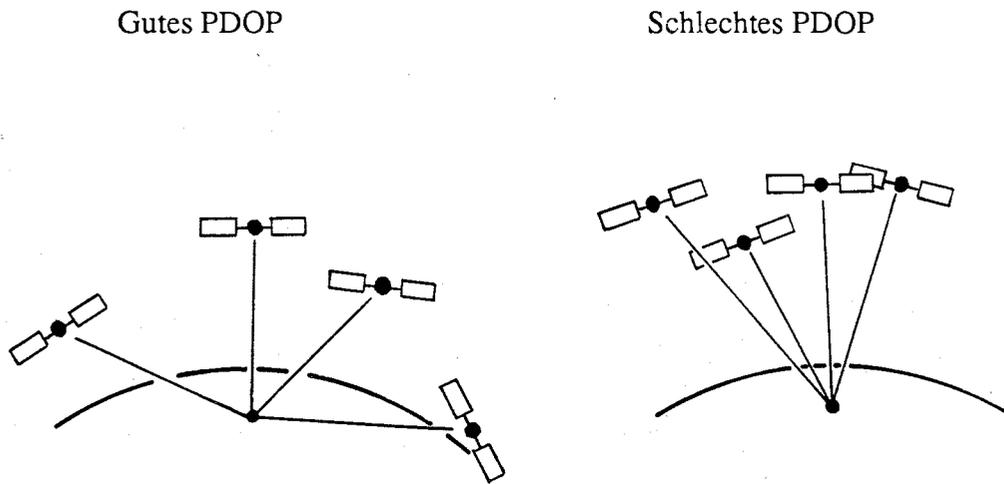


Abb.4: Einfluss der geometrischen Verteilung der Satelliten auf das PDOP.

3.4. Genauigkeit und Fehlereinflüsse

Die Genauigkeit der single point positioning hängt von folgenden Faktoren ab:

Genauigkeit, mit der die **Ortsvektoren der Satelliten** bestimmt werden können. Ein Fehler in der Position des Satelliten bewirkt einen Fehler derselben Grössenordnung an der Position des Beobachters.

Genauigkeit und **Stabilität der Uhren** der Empfänger und der Satelliten. Es wird zwar ein Synchronisationsparameter in der Navigationslösung bestimmt, dieser modelliert aber nur Abweichungen der Empfängeruhr. Systematische Fehler in den Satellitenoszillatoren hingegen wirken sich direkt auf die Positionsbestimmung aus (Ein Zeitfehler von 10 nsec entspricht einem Fehler in der Satellitenposition von 3 m).

Troposphäre und Ionosphäre haben sowohl einen Einfluss auf die Laufzeit der Codes als auch auf die Phasenlage. Korrekturterme, die man aus Troposphären- resp. Ionosphärenmodelle gewinnt, erlauben, den Einfluss grösstenteils zu eliminieren. Bei der Diskussion der Fehlereinflüsse auf die Phasenmessung wird dieses Problem noch einmal detaillierter aufgegriffen.

Die Genauigkeit wird zusätzlich begrenzt durch die Auflösung, mit der Laufzeitmessungen durchgeführt werden können, und dies hängt vor allem vom verwendeten Code ab (Autokorrelationsmaximum). Als Faustregel gilt für die Genauigkeit der Code-Regelkreise : 5% der Pulsbreite; d.h. z.B. 15 m für den C/A-Code.

3.5. Bedeutung für geodätische Methoden (single point positioning)

Die Genauigkeit, die die Navigationslösung mit Pseudorange liefert, ist für geodätische Anwendungen ungenügend. Erst die Phasenmessung liefert Genauigkeiten, die GPS für die Vermessung interessant macht. Trotzdem spielt die Navigationslösung eine Rolle bei geodätischen Messverfahren.

Viele Empfänger, die Phasenmessungen durchführen, benutzen vorerst den C/A-Code, um die Navigationsnachricht zu entschlüsseln und die Trägerwellen zu rekonstruieren. Zu diesem Zweck wird das empfangene Signal mit dem generierten C/A-Code korreliert. Die Laufzeitmessung ergibt sich dabei als Nebenprodukt.

Sie kann dann zu folgenden Zwecken verwendet werden :

- Berechnung von **Näherungskoordinaten** : Man erhält geozentrische Koordinaten mit einer Genauigkeit im 10 m Bereich, was in noch unerschlossenen Gebieten von sehr grossem Nutzen ist.
- Berechnung der **Uhrparameter** : Die Uhr des Empfängers kann durch einen linearen Ansatz modelliert werden. Da die verwendeten Oszillatoren sehr stabil sind, genügt ein Polynom 2-ten Grades für eine Beobachtungsdauer von einigen Stunden.

$$\Delta t = t_R - t_{\text{GPS}} = q + r(t - t_0) + \frac{1}{2} s (t - t_0)^2$$

t_R = Zeit des Empfängers

t_{GPS} = GPS-Zeit

q, r, s = Koeffizienten des Polynoms (Uhrparameter)

t_0 ist beliebig wählbar. Sinnvoll ist es, t_0 in der Mitte der Beobachtungszeit zu wählen.

Andererseits kann das Frequenzverhalten des Oszillators mit folgendem Ansatz modelliert werden:

$$f = f_0 + a + b(t - t_0)$$

mit

f_0 = Sollfrequenz

a = konstante Frequenzabweichung von der Sollfrequenz

b = Frequenzdrift

Der Abweichung Δt lässt sich dann bestimmen aus :

$$\Delta t = \frac{1}{f_0} \int_{t_0}^t (f(t) - f_0) dt + \text{konst.}$$

$$\Delta t = \frac{a}{f_0} (t - t_0) + \frac{1}{2} \frac{b}{f_0} (t - t_0)^2 + \text{konst.}$$

Somit ergibt sich folgender Zusammenhang :

- q ist ein konstanter Zeitunterschied .
- $r = a/f_0$; die Drift der Uhr entspricht also bis auf einen Faktor $1/f_0$ einem konstanten Frequenzunterschied .
- $s = b/f_0$; s entspricht bis auf einen Faktor $1/f_0$ der Frequenzdrift.

Bei geodätischen Messungen sind Messdauern von 1 bis 3 Stunden üblich. Aus diesen Messungen können die Position des Beobachters und die Uhrparameter (q, r, s) bestimmt werden. Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Messungen beträgt normalerweise einige Hundert. Die Beobachtungsgleichung entspricht derjenigen für die Pseudodistanzen, die aber um die zusätzlichen Parameter q, r, s erweitert wird :

$$\rho_j^i = |\mathbf{r}^i - \mathbf{R}_j| + c q + c (t_j - t_0) r + \frac{1}{2} c (t_j - t_0)^2 s$$

Im Gegensatz zum dynamischen Modus in der Navigation, sind die Koordinaten der Beobachtungsstation beim geodätischen Modus fest. Somit hat man nur 6 Unbekannte (3 Koordinaten, 3 Uhrparameter) für alle Beobachtungen in einem Zeitraum von 1 bis 3 Stunden, was einerseits die Genauigkeit der Positionsbestimmung erhöht und andererseits die Bestimmung der Uhrparameter ermöglicht.

Sind die Näherungskordinaten des Beobachtungspunktes genau genug, so kann man sie als Bekannte in die Ausgleichung einführen, und die Unbekannten auf drei Uhrparameter reduzieren.

4. VERMESSUNG MIT GPS

4.1. Empfängertypen

Die Empfänger kann man grob in zwei Kategorien einteilen :

Empfänger der **ersten Kategorie** führen mit Hilfe des C/A- resp. des P-Codes zuerst eine Pseudorange-Messung durch. Die Benutzung des C/A-Codes ermöglicht diesen Empfängern den Zugriff auf die Navigationsnachricht. Auch kann die Trägerwelle rekonstruiert werden, indem der aufmodulierte Code und die Navigationsnachricht, die als binäre Codes auf den Trägerwellen aufmoduliert sind, entfernt werden. Anschliessend wird die Phasenmessung durchgeführt.

Empfänger der **zweiten Kategorie** verzichten auf die Pseudorange-Lösung und damit auch auf den Zugriff zur Navigationsnachricht. Die darin enthaltene Information, insbesondere die Ephemeriden, muss sich der Benutzer von anderswo besorgen. Die binäre Information, die auf der Trägerwelle aufmoduliert ist, muss entfernt werden. Eine mögliche Methode besteht darin, das Signal zu quadrieren. Dadurch wird die Mehrdeutigkeit in der Phase zu einem Vielfachen der halben Wellenlänge. Ein zusätzliches Problem ist die Synchronisation der Empfänger. Da keine Pseudodistanzlösung durchgeführt wird, kann kein Synchronisationsparameter bestimmt werden. Es muss deshalb dafür gesorgt werden, dass die Empfänger vor jedem Messeinsatz einerseits sehr gut gegenseitig synchronisiert sind (ca 1µsec) und andererseits absolut bis auf einige msec mit UTC synchron laufen.

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Eigenschaften einiger GPS-Empfänger zusammengestellt. Diese Liste ist nicht vollständig, auch sind auf diesem Gebiet rasche Änderungen möglich (vgl. z.B. [Kahle, Geiger, Cocard, Müller, 1987]).

Empfänger	Beobachtungstyp	Frequenz	Code	Anzahl Satelliten
Macrometer II	Phase	L_1, L_2	None	6
Texas Instrument TI 4100	Pseudorange Phase	L_1, L_2	C/A, P	4
Trimble 4000S	Pseudorange Phase	L_1	C/A	4
Magnavox/Wild Wm101	Pseudorange Phase	L_1	C/A	6

4.2. Vorbereitung einer Messkampagne

Der Planung einer GPS-Kampagne muss grosse Aufmerksamkeit gewidmet werden, insbesondere in der momentanen Testphase von GPS, wo eine beschränkte Anzahl von Satelliten die Beobachtungszeit pro Tag auf 4 bis 6 Stunden reduziert.

Die Punkte im Netz sollten so angeordnet sein, dass sie möglichst freie Sicht nach allen Richtungen gewähren .

Für jeden Punkt wird man einen "sky plot" herstellen, welcher die Bahnen aller verfügbaren Satelliten enthält. Für kleine Netze genügt auch ein einziger Plot. Dies ist vor allem dann wichtig, wenn die Empfänger nicht alle Satelliten benutzen und man eine Auswahl treffen muss. Diese Auswahl kann graphisch anhand der Plots oder mit Berechnung der verschiedenen DOPs getroffen werden . Es ist besonders darauf zu achten, dass jeder Empfänger dieselben Satelliten benutzt, da man sonst keine Differenzen bilden kann und somit in der Auswertung auf grosse Schwierigkeiten stösst .

Die Anzahl N_E der zur Verfügung stehenden Empfänger ist meistens beschränkt. Daraus ergibt sich die Anzahl N_B der unabhängigen Basislinien als $N_B = N_E - 1$, die gleichzeitig beobachtet werden können. Die Beobachtung entspricht in erster Näherung einer Vektormessung, und es wäre deshalb falsch bei der Netzdisposition auf die Trilateration zurückzugreifen.

Eine gute Software sollte deshalb den Benutzer in der Vorbereitungsphase unterstützen. In der Auswertesoftware PoPS der Firma Wild ist dies mit der Menüwahl Field Preparation realisiert. [siehe Teil II : Auswertung mit PoPS].

5. PHASENMESSUNG

5.1. Beobachtungsgleichung der one-way-phase

In der geodätischen Messtechnik ist die Phasenmessung die weitaus wichtigste Methode. Die Phasendifferenz zwischen der empfangenen und der vom Oszillator produzierten Phase wird bestimmt. Hierfür werden die rekonstruierten Trägerwellen L_1 mit $f_1 = 1575.4$ MHz ($\lambda_1 = 19.05$ cm) und/oder L_2 mit $f_2 = 1227.6$ MHz ($\lambda_2 = 24.05$ cm) verwendet. Die Auflösung der Phasenmessung ist 1 - 2 % der Wellenlänge, also im Millimeterbereich.

Die zum Zeitpunkt t_j gemessene Phasendifferenz vom j -ten Empfänger zum i -ten Satelliten lässt sich dann folgendermassen anschreiben:

$$\Phi_j^i(t_j) = \Phi_R(t_j) - \Phi_P(t_j) + N_j^i \quad (1)$$

mit

Φ_R = empfangene Phase (R steht für received)

Φ_P = vom Oszillator generierte Phase (P steht für produced)

N_j^i = Mehrdeutigkeit (Ambiguity); entspricht einer ganzen Zahl.

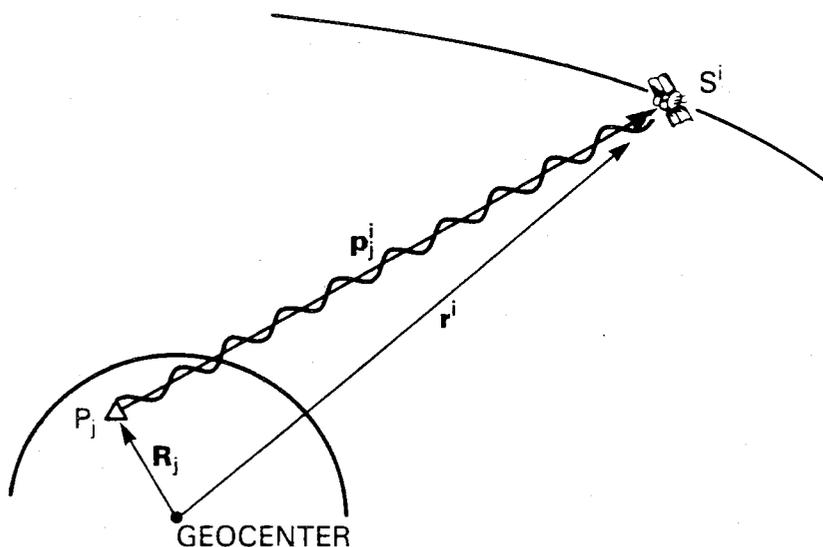


Abb.5: Prinzip der Phasenmessung (siehe Hinweis bei Abb.1)

Bemerkungen :

- Die Dimension der Phase entspricht nicht der herkömmlichen, sondern ist mit dem Faktor $1/2\pi$ skaliert. Damit ergibt sich als Dimension [cycles], also Anzahl Wellenlängen. Durch Multiplikation mit λ wird die Dimension der obigen Gleichung [Meter].
- Alle Zeitangaben beziehen sich auf eine übergeordnete Zeitrechnung, meistens UTC.

Weiterhin gilt :

Die zum Zeitpunkt t_j im Receiver empfangene Phase ist identisch mit der zum Zeitpunkt t^i ausgesandten Phase :

$$\Phi_R(t_j) = \Phi_T(t^i)$$

mit $\Phi_T =$ vom Empfänger ausgesandte Phase (T steht für transmitted)

Zwischen beiden Zeitpunkten besteht folgender Zusammenhang :

$$t_j - t^i = \bar{\tau} = \tau + \Delta\tau_{\text{TROP}} + \Delta\tau_{\text{ION}}$$

$\bar{\tau}$ ist die Verzögerungszeit oder echte Laufzeit. Sie setzt sich zusammen aus :

- der theoretischen Laufzeit $\tau = d/c$ mit $c =$ Lichtgeschwindigkeit im Vakuum
 $d =$ Distanz zwischen Empfänger und Satellit.
- den Einflüssen $\Delta\tau_{\text{TROP}}$ und $\Delta\tau_{\text{ION}}$, die durch die Troposphäre resp. Ionosphäre hervorgerufen werden.

Die Oszillatoren des Empfängers und des Satelliten können mit einem linearen Ansatz modelliert werden : $f = f_0 + a + b(t - t_0)$

$$\Delta f = f - f_0 = a + b(t - t_0) \quad (\text{siehe auch Kapitel: 3.5. single point positioning})$$

Da die Oszillatoren eine grosse Stabilität haben, sind die Faktoren a und b klein. Für Cäsium-Oszillatoren ist grössenordnungsmässig $a/f_0 = 10^{-12}$ und $b/f_0 = 10^{-15} \text{ sec}^{-1}$ über eine Zeitspanne von 6 Stunden. Für Rubidium-Oszillatoren liegen die Werte bei $a/f_0 = 10^{-11}$ und $b/f_0 = 10^{-14} \text{ sec}^{-1}$

Im weiteren wird davon ausgegangen, dass die Sollfrequenzen f_0 der Satelliten und Empfänger gleich gross sind, und, je nachdem welche Trägerwelle benutzt wird, 1575.4 MHz oder 1227.6 MHz betragen.

Für Φ_R ergibt sich unter Berücksichtigung von $t^i = t_j - \bar{\tau}$ folgender Ausdruck :

$$\begin{aligned}
 \Phi_R(t_j) &= \Phi_T(t^i) = \Phi_T(t_0) + \int_{t_0}^{t^i} f_T^i(t) dt \\
 &= \Phi_T(t_0) + \int_{t_0}^{t^i} (f_0 + a^i + b^i(t - t_0)) dt \\
 &= \Phi_T(t_0) + (f_0 + a^i)(t^i - t_0) + \frac{1}{2}b^i(t^i - t_0)^2 \\
 &= \Phi_T(t_0) + (f_0 + a^i)(t_j - t_0 - \bar{\tau}) + \frac{1}{2}b^i(t_j - t_0 - \bar{\tau})^2
 \end{aligned}$$

Für Φ_P erhält man :

$$\begin{aligned}
 \Phi_P(t_j) &= \Phi_P(t_0) + \int_{t_0}^{t_j} f_P(t) dt \\
 &= \Phi_P(t_0) + \int_{t_0}^{t_j} (f_0 + a_j + b_j(t - t_0)) dt \\
 &= \Phi_P(t_0) + (f_0 + a_j)(t_j - t_0) + \frac{1}{2}b_j(t_j - t_0)^2
 \end{aligned}$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gleichung (1) ein, so erhält man unter Vernachlässigung der Terme in $\bar{\tau}^2$:

$$\begin{aligned}
 \Phi_j^i(t_j) &= \Phi_R(t_j) - \Phi_P(t_j) + N_j^i \\
 &= \Phi_T(t_0) + (f_0 + a^i)(t_j - t_0 - \bar{\tau}) + \frac{1}{2}b^i(t_j - t_0 - \bar{\tau})^2 \\
 &\quad - \Phi_P(t_0) - (f_0 + a_j)(t_j - t_0) - \frac{1}{2}b_j(t_j - t_0)^2 + N_j^i \\
 &= [-(f_0 + a^i + b^i(t_j - t_0))\bar{\tau}] + [a^i(t_j - t_0) + \frac{1}{2}b^i(t_j - t_0)^2] \\
 &\quad - [a_j(t_j - t_0) + \frac{1}{2}b_j(t_j - t_0)^2] + [\Phi_T(t_0) - \Phi_P(t_0) + N_j^i]
 \end{aligned}$$

Die Beobachtungsgleichung für die "one-way-phase" lautet somit :

$$\Phi_j^i = -f_j^i \bar{\tau}_j^i + C^i - C_j + \Phi_{j \text{ Bias}}^i + \Phi_{\text{Noise}}^i$$

mit :

$$-f_j^i \bar{\tau}_j^i = - (f_0 + a^i + b^i (t - t_0)) \left(\frac{d_j^i}{c} + \Delta\tau_{\text{TROP}} + \Delta\tau_{\text{ION}} \right)$$

Dieser Term beinhaltet die geometrischen Unbekannten sowie die troposphärischen und ionosphärischen Einflüsse.

$$C^i = a^i (t_j - t_0) + \frac{1}{2} b^i (t_j - t_0)^2$$

Dieser Term modelliert das Frequenzverhalten des Oszillators des Satelliten.

$$C_j = a_j (t_j - t_0) + \frac{1}{2} b_j (t_j - t_0)^2$$

Dieser Term modelliert das Frequenzverhalten des Oszillators des Empfängers.

$$\Phi_{j \text{ Bias}}^i = N_j^i + \Phi_T(t_0) - \Phi_P(t_0)$$

Zu beachten ist dass, $\Phi_{j \text{ Bias}}^i$ nicht ganzzahlig ist.

Meistens werden die Phasenmessungen nicht direkt als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt, sondern als Differenzen zwischen diesen gemessenen "one-way"-Phasen: sogenannte einfache und Doppeldifferenzen. Dies ermöglicht eine Vereinfachung und die Elimination von verschiedenen Fehlereinflüssen.

5.2. Einfache Differenzen (single differences)

Bei den einfachen Differenzen unterscheidet man die "between-stations-differences" und die "between-satellites-differences". Hier soll nur die "between-stations-differences", also die Differenz zwischen Stationen behandelt werden, da sie die Vorstufe zu den Doppeldifferenzen darstellt und im Auswerteprogramm PoPS eine Rolle spielt.

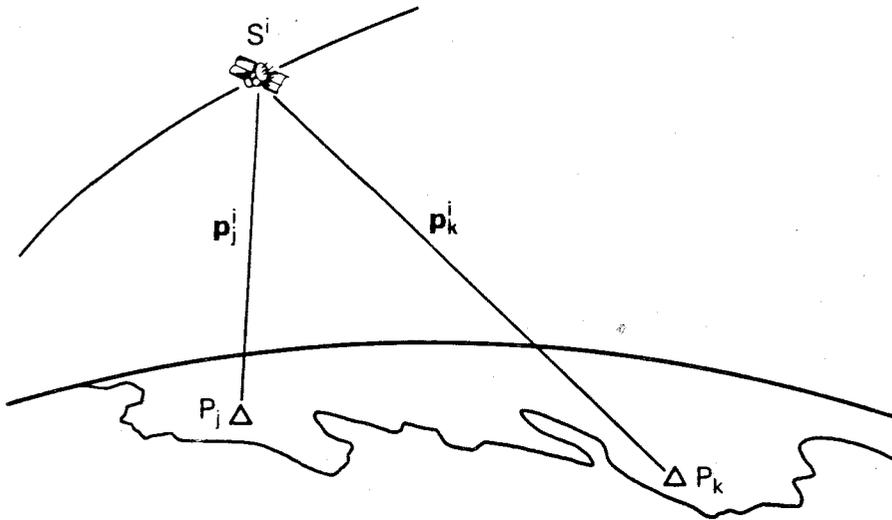


Abb.6: Prinzip der "between-stations-differences" (siehe Hinweis bei Abb.1)

Werden mit 2 Empfängern j und k "gleichzeitig" Messungen zum Satelliten i durchgeführt, so kann man die Differenz beider Messungen bilden:

$$\Delta\Phi_{jk}^i = \Phi_k^i - \Phi_j^i$$

Die "Gleichzeitigkeit" ist durch die nominelle Übereinstimmung der beiden Empfängeruhren $t'_k = t'_j = t'$ definiert. Im folgenden wird angenommen, dass der Synchronisationsfehler Δt_{jk} mit $\Delta t_{jk} = t_k - t_j$ der beiden Receiveruhren klein ist (≤ 0.05 sec). Dies erlaubt es meistens, t'_k und t'_j durch t' zu ersetzen:

$$\Delta\Phi_{jk}^i = -f^i(t')\bar{\tau}_k^i + C^i(t') - C_k(t') + \Phi_{k \text{ Bias}}^i + f^i(t')\bar{\tau}_j^i - C^i(t') + C_j(t') - \Phi_{j \text{ Bias}}^i$$

Man erhält für die **Beobachtungsgleichung der einfachen Differenzen**:

$$\Delta\Phi_{jk}^i = -f^i(t')(\bar{\tau}_k^i - \bar{\tau}_j^i) - C_{jk}(t') + \Phi_{jk \text{ Bias}}^i$$

mit $C_{jk} = C_k - C_j$ und

$$\begin{aligned} \Phi_{jk \text{ Bias}}^i &= \Phi_{k \text{ Bias}}^i - \Phi_{j \text{ Bias}}^i = [N_k^i + \Phi_T^i(t_0) - \Phi_{P_k}(t_0)] - [N_j^i + \Phi_T^i(t_0) - \Phi_{P_j}(t_0)] \\ &= N_k^i - N_j^i - [\Phi_{P_k}(t_0) - \Phi_{P_j}(t_0)] \end{aligned}$$

Wichtig ist die Tatsache, dass bei der einfachen Differenzbildung der Anteil $C^i(t')$, der vom Frequenzverhalten der Satellitenoszillatoren abhängt, wegfällt. Das Frequenzverhalten der Empfängeroszillatoren im Term C_{jk} muss jedoch voll berücksichtigt werden.

5.3. Doppeldifferenzen (double differences)

Die Beobachtungsgleichung für Doppeldifferenzen gewinnt man aus der Differenz zweier "between-stations-differences" zu zwei verschiedenen Satelliten.

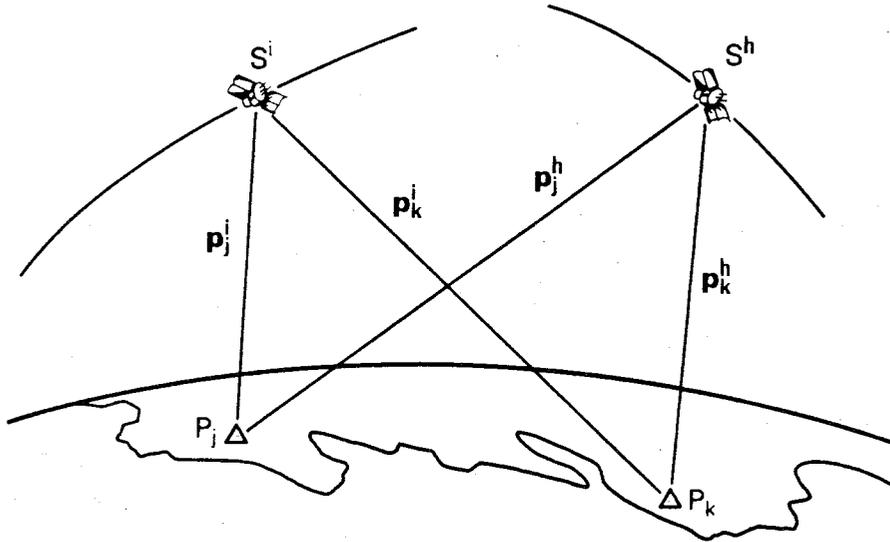


Abb.7: Prinzip der Doppeldifferenzen (siehe Hinweis bei Abb.1)

Die Beobachtungsgleichung lautet somit :

$$\begin{aligned}\Delta^2 \Phi_{jk}^{ih}(t') &= \Delta \Phi_{jk}^h(t') - \Delta \Phi_{jk}^i(t') \\ &= -f^h(t')(\bar{\tau}_k^h - \bar{\tau}_j^h) - C_{jk} + \Phi_{jk}^h \text{ Bias} + f^i(t')(\bar{\tau}_k^i - \bar{\tau}_j^i) + C_{jk} - \Phi_{jk}^i \text{ Bias}\end{aligned}$$

Bei den Doppeldifferenzen fällt auch der Term $C_{jk} = C_k - C_j$, der vom Frequenzverhalten der Empfängeroszillatoren abhängt, weg.

Ein zusätzlicher Vorteil der Doppeldifferenzen liegt darin, dass $\Phi_{jk}^{ih} \text{ Bias}$ eine Integerzahl ist.

$$\begin{aligned}\Phi_{jk}^{ih} \text{ Bias} &= \Phi_{jk}^h \text{ Bias} - \Phi_{jk}^i \text{ Bias} \\ &= [N_k^h - N_j^h - (\Phi_{P_k}(t_0) - \Phi_{P_j}(t_0))] - [N_k^i - N_j^i - (\Phi_{P_k}(t_0) - \Phi_{P_j}(t_0))] \\ &= N_k^h - N_j^h - N_k^i + N_j^i = N_{jk}^{ih}\end{aligned}$$

Die Gleichung wird zu :

$$\Delta^2 \Phi_{jk}^{ih} = -f_0(\bar{\tau}_k^h - \bar{\tau}_j^h - \bar{\tau}_k^i + \bar{\tau}_j^i) - \Delta f^h(t')(\bar{\tau}_k^h - \bar{\tau}_j^h) + \Delta f^i(t')(\bar{\tau}_k^i - \bar{\tau}_j^i) + N_{jk}^{ih}$$

In den Ausdrücken mit Δf kann τ durch τ approximiert werden, und damit erhält man als **Beobachtungsgleichung für die Doppeldifferenzen** :

$$\Delta^2 \Phi_{jk}^{ih} = -f_0 (\tau_k^h - \tau_j^h - \tau_k^i + \tau_j^i) \quad (1)$$

$$-f_0 (\Delta \tau_{jk}^{ih \text{ TROP}} + \Delta \tau_{jk}^{ih \text{ ION}}) \quad (2)$$

$$-(a^h + b^h(t-t_0)) (\tau_k^h - \tau_j^h) + (a^i + b^i(t-t_0)) (\tau_k^i - \tau_j^i) \quad (3)$$

$$+ N_{jk}^{ih} \quad (4)$$

(1) Der erste Term ist der weitaus wichtigste. Er enthält die geometrischen Grössen; also die Positionen der Empfänger und Satelliten.

$$-f_0 (\tau_k^h - \tau_j^h - \tau_k^i + \tau_j^i) = -\frac{f_0}{c} (d_k^h - d_j^h - d_k^i + d_j^i)$$

mit c = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

d_k^i = Distanz zwischen dem k-ten Empfänger und dem i-ten Satelliten.

(2) Der zweite Term ist ein von der Troposphäre und der Ionosphäre verursachter Korrekturterm, der bestimmt werden muss. (Im weiteren wird unter $\Delta^2 \Phi$ die um diesen Term korrigierte Doppeldifferenz verstanden).

(3) Die zwei Ausdrücke der dritten Zeile werden durch das Frequenzverhalten der Oszillatoren der Satelliten bestimmt. Da aber die Ausdrücke $\tau_k^h - \tau_j^h$ und $\tau_k^i - \tau_j^i$ klein sind, können sie bei Basislängen kleiner als ca. 100 km meistens vernachlässigt werden:

Grobe Abschätzung :

für Rubidium-Oszillatoren gelten folgende Grössenordnungen :

$$a/f_0 \approx 10^{-11} ; b/f_0 \approx 10^{-14} \text{ sec}^{-1} ; t - t_0 \approx 10^4 \text{ sec} ; f_0 \approx 10^9 \text{ Hz} ; \Delta f \approx a + b(t - t_0) < 1 \text{ Hz}$$

$$\text{Es gilt } \Delta \tau = \tau_k^i - \tau_j^i = 1/c (d_k^i - d_j^i) = 1/c \Delta d \text{ und } \Delta d \approx 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m} .$$

Daraus ergibt sich für $\Delta \tau \approx 10^{-3} \text{ sec}$ und der Fehler an $\Delta^2 \Phi$ ist kleiner als 1%, was die Auflösung der Phasenmessung darstellt. Sollte aber bei vollem Ausbau von GPS die Genauigkeit der Oszillatoren der Satelliten vom U.S. Defence Department z.B. in Krisenzeiten absichtlich verschlechtert werden, müsste dieser Ausdruck berücksichtigt werden.

(4) Der vierte Term beinhaltet die Mehrdeutigkeit (Ambiguity), die bei den Doppeldifferenzen im Gegensatz zu den einfachen Differenzen eine ganze Zahl ist.

Die **Beobachtungsgleichung für die Doppeldifferenzen** lautet dann mit den auf Seite 19 angenommenen Voraussetzungen :

$$\Delta^2 \Phi_{jk}^{ih} = -\frac{f_0}{c} (d_k^h - d_j^h - d_k^i - d_j^i) + N_{jk}^{ih} = -\frac{f_0}{c} d_{jk}^{ih} + N_{jk}^{ih}$$

5.4. Linearisierung der Beobachtungsgleichung für Doppeldifferenzen

Für die Ausgleichung wird die linearisierte Form der obigen Gleichung benötigt.

Ableitung nach den 6 **Koordinaten** der zwei Empfänger j und k.

z.B. Ableitung nach x_k :

$$\frac{\partial(\Delta^2 \Phi)}{\partial x_k} = -\frac{f_0}{c} \left(\frac{\partial d_k^h}{\partial x_k} - \frac{\partial d_k^i}{\partial x_k} \right)$$

$$\frac{\partial(\Delta^2 \Phi)}{\partial x_k} = -\frac{f_0}{c} \left(\frac{x_k - x^h}{d_k^h} - \frac{x_k - x^i}{d_k^i} \right)$$

Die Ableitungen nach den anderen Koordinaten ergeben analoge Ausdrücke.

Bei kleinen Netzen werden die Bahnen der Satelliten meistens als bekannt angenommen, da die Absolutgenauigkeit der Satellitenkoordinaten keinen grossen Einfluss auf die Relativgenauigkeit des Netzes hat.

Ableitung nach dem **Uhrparameter** :

Auf den ersten Blick ist die Beobachtungsgleichung unabhängig von jedem Frequenzverhalten jedes Oszillators . Man darf aber nicht vergessen, dass der Ortsvektor des Satelliten von der Zeit abhängt.

Betrachtet man zum Beispiel die Distanz d_k^h :

$$d_k^h = |d_k^h| = |R_k - r^h(t_k - \tau_k^h)|$$

mit

d_k^h = Distanz zwischen dem k-ten Empfänger und dem h-ten Satelliten,

r^h = geozentrischer Ortsvektor zum h-ten Satelliten,

R_k = geozentrischer Ortsvektor zum k-ten Satelliten.

und modelliert das Verhalten der Empfängeruhr gegenüber UTC mit einem polynomialen Ansatz zweiten Grades :

$$t_k - t_k' = \Delta t_k = q_k + r_k (t_k' - t_0) + \frac{1}{2} s_k (t_k' - t_0)^2$$

mit $t_k = \text{UTC-Zeit}$
 $t_k' = \text{durch den k-ten Empfänger definierte Zeit}$

so erhält man für den linearisierten Ausdruck von d_k^h :

$$d_k^h = | \mathbf{R}_k - \mathbf{r}^h(t_k' - t_k^h) - \frac{\partial \mathbf{r}^h}{\partial t} \Delta t_k |$$

Leitet man diesen Ausdruck nach Δt_k ab und beachtet dabei, dass sich die Ableitung einer Norm eines Vektors \mathbf{v} wie folgt berechnet lässt :

$$\frac{\partial}{\partial x} |\mathbf{v}| = \frac{\partial}{\partial x} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})^{-\frac{1}{2}} (2 \mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x}) = \frac{1}{|\mathbf{v}|} (\mathbf{v} \cdot \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x})$$

so erhält man :

$$\frac{\partial (d_k^h)}{\partial (\Delta t_k)} = \frac{\mathbf{d}_k^h}{d_k^h} \frac{\partial \mathbf{r}^h}{\partial t} = \mathbf{e}_k^h \cdot \dot{\mathbf{r}}^h$$

mit $\mathbf{e}_k^h = \frac{\mathbf{d}_k^h}{d_k^h} = \text{Einheitsvektor in Richtung vom k-ten Empfänger zum h-ten Satelliten}$

Wegen der schwachen Abhängigkeit der Doppeldifferenzen von den Uhrparametern ersetzt man den polynomialen Ansatz zweiten Grades fast immer durch einen konstanten Ansatz, d.h., man berücksichtigt bei der Berechnung nur einen konstanten Zeitoffset oder Synchronisationsfehler q_k , die Größen s_k und r_k werden vernachlässigt.

Die Ableitungskoeffizienten ergeben sich dann zu :

Ableitung nach q_k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q_k} (\Delta^2 \Phi_{jk}^{ih}) &= -\frac{f_0}{c} \frac{\partial (d_{jk}^{ih})}{\partial q_k} = -\frac{f_0}{c} \frac{\partial}{\partial (\Delta t_k)} (d_k^h - d_j^h - d_k^i + d_j^i) \frac{\partial (\Delta t_k)}{\partial q_k} \\ &= -\frac{f_0}{c} (\mathbf{e}_k^h \cdot \dot{\mathbf{r}}^h - \mathbf{e}_k^i \cdot \dot{\mathbf{r}}^i) \end{aligned}$$

Die Ableitungen für den Uhrparameter q_j des j -ten Empfängers gibt einen analogen Ausdruck, wobei man aber auf das Vorzeichen achten muss.

Führt man einen solchen Synchronisationsfehler in die Ausgleichung für alle Empfänger-oszillatoren ein, so wird das Normalgleichungssystem fast singulär (insbesondere in kleinen Netzen): Dies ersieht man daran, dass in den Ableitungskoeffizienten die Grössen e_j^h und e_k^h resp. e_j^i und e_k^i fast gleich gross sind. Man muss deshalb mindestens die Uhrparameter eines Empfängers pro Session als bekannt einführen.

Anstatt für jeden Empfänger getrennt einen Synchronisationsparameter q gegenüber UTC einzuführen, ist es auch möglich, gegenseitige Synchronisationsfehler q_{jk} zwischen den Empfänger der einzelnen Basislinien zu schätzen. Es gilt dann folgender Zusammenhang: $q_{jk} = q_k - q_j$.

Da die Uhrparameter meistens mit hoher Genauigkeit aus einer single-point-Lösung übernommen werden können, ist die Einführung von Uhrparametern als Unbekannte in die Ausgleichung der Doppeldifferenzen eher ein Ausnahmefall.

Ableitung nach der Mehrdeutigkeit N_{jk}^{ih} :

Die Mehrdeutigkeit muss auch als reelle Unbekannte eingeführt werden und es gilt:

$$\frac{\partial(\Delta^2\Phi)}{\partial N_{jk}^{ih}} = 1$$

5.5. Mathematische Korrelationen

Bei der Bildung von einfachen Differenzen und Doppeldifferenzen entstehen Korrelationen zwischen den einzelnen Beobachtungen. Es gibt mehrere mögliche Ansätze, diese Korrelationen zu berücksichtigen. Im Hinblick auf das Auswerteprogramm PoPS sollen zwei Ansätze vorgestellt werden.

(a) Man vernachlässigt die Korrelationen, die bei der Bildung der single differences aus den one-way-phase entstehen und betrachtet die single differences als unabhängige Beobachtungen. Berücksichtigt werden anschliessend nur die **bei der Bildung der Doppeldifferenzen aus den einfachen Differenzen entstehenden Korrelationen** :

$$\Delta^2\Phi_{ij}^{kh} = \Delta\Phi_{ij}^h - \Delta\Phi_{ij}^k$$

Für einen gegebenen Zeitpunkt t werden, für jede Basislinie getrennt, die n single differences zu n Satelliten zu dem Vektor $\Delta\Phi_{ij}$ zusammengefasst und die $(n-1)$ Doppeldifferenzen zu dem Vektor $\Delta^2\Phi_{ij}$.

Im folgenden wird stets angenommen, dass die Doppeldifferenzen aus einfachen Differenzen zu je zwei aufeinanderfolgenden Satelliten gebildet werden.

$$\Delta^2\Phi_{ij}^{k(k+1)} = \Delta\Phi_{ij}^{(k+1)} - \Delta\Phi_{ij}^k$$

$\Delta^2\Phi_{ij}$ kann als Linearkombination von $\Delta\Phi_{ij}$ dargestellt werden : $\Delta^2\Phi_{ij} = B \Delta\Phi_{ij}$

Für $n = 5$ ergibt sich B zu :

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \dim(B) = (n-1)n$$

Die Varianz von $\Delta\Phi_{ij}$ sei die Einheit; dann wird die Kovarianzmatrix von $\Delta^2\Phi_{ij}$ zu :

$$\text{cov}(\Delta^2\Phi_{ij}) = BB^T$$

$$\text{cov}(\Delta^2\Phi_{ij}) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

allgemeiner : $\text{cov}(\Delta^2\Phi_{ij}) = \sigma^2_{(\Delta^2\Phi)} R$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{mit } \dim(R) = (n-1)(n-1)$$

R ist eine symmetrische Bandmatrix mit einer Hauptdiagonale, die mit 1 und einer Nebendiagonale, die mit $-1/2$ belegt ist. Als Gewichtsmatrix kann man $P = R^{-1}$ einführen.

Bemerkungen :

Bei der oben beschriebenen Methode berücksichtigt man keine Korrelationen zwischen verschiedenen Basislinien, und die Lösung ist somit abhängig von der Basisliniendefinition .

Im PoPS wird die Möglichkeit der Berücksichtigung dieser Korrelationen mit der Parameterwahl "correlations single --> double " angeboten.

Ein analoges Problem tritt in der klassischen Triangulation auf, wenn man anstelle von Richtungen, Winkel in die Ausgleichung einführt, wo jeweils der rechte Schenkel des vorangehenden dem linken Schenkel des folgenden Winkels entspricht.

(b) Ein zweiter Ansatz besteht darin, zusätzlich zu den in (a) eingeführten Korrelationen, die bei der Bildung der einfachen Differenzen aus den Phasemessungen entstehenden Korrelationen zu berücksichtigen. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass zu einem Zeitpunkt t von allen m Empfängern gleichzeitig Phasemessungen zu denselben n Satelliten durchgeführt werden.

Dies liefert :

- m • n Phasemessungen
- (m-1) • n Einfache Differenzen
- (m-1) • (n-1) Doppeldifferenzen

Diese Messreihen werden jeweils zu einem Vektor zusammengefasst :

$$\Phi^T(t) = (\Phi_1^1, \Phi_1^2, \dots, \Phi_1^n, \Phi_2^1, \dots, \Phi_2^n, \dots, \Phi_m^1, \dots, \Phi_m^n)$$

$$\Delta\Phi^T(t) = (\Delta\Phi_I^1, \Delta\Phi_I^2, \dots, \Delta\Phi_I^n, \Delta\Phi_{II}^1, \dots, \Delta\Phi_{II}^n, \dots, \Delta\Phi_{(m-1)}^1, \dots, \Delta\Phi_{(m-1)}^n)$$

$$\Delta^2\Phi^T(t) = (\Delta^2\Phi_I^{12}, \Delta^2\Phi_I^{23}, \dots, \Delta^2\Phi_I^{(n-1)n}, \Delta^2\Phi_{II}^{12}, \dots, \Delta^2\Phi_{II}^{(n-1)n}, \Delta^2\Phi_{m-1}^{12}, \dots, \Delta^2\Phi_{m-1}^{(n-1)n})$$

Es bestehen folgende lineare Zusammenhänge :

$$\Delta^2\Phi = C_1 \Delta\Phi \quad \text{und} \quad \Delta\Phi = C_2 \Phi \quad \text{und somit} \quad \Delta^2\Phi = C_1 C_2 \Phi = C \Phi$$

Die Matrix C_1 ist von der Dimension $(m-1)(n-1) \cdot (m-1)n$ und hat eine Blockdiagonalstruktur. Sie setzt sich aus $(m-1)$ Untermatrizen zusammen, die jeweils die Dimension $(n-1) \cdot n$ besitzen und gleich der im Teil (a) definierten Matrix B sind.

Beispiel : $m = 4$ und $n = 5$

$$C_1 = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|} \hline & (n-1) n & \\ \hline B & & \\ \hline & B & \\ \hline & & B \\ \hline \end{array} \\ (n-1) (m-1) \end{array}$$

(Jede Untermatrix B bezieht sich auf eine Basislinie.)

Die Matrix C_2 hängt von der Definition der Basislinie ab und setzt sich aus $m \cdot (m-1)$ Untermatrizen der Dimension $n \cdot n$ zusammen. Sie hat somit die Dimension $mn \cdot (m-1)n$.

Beispiel : $m = 4$ und $n = 5$ und die Basislinien sollen folgendermassen definiert sein:

Basislinie I : 1 - 2

Basislinie II : 1 - 3

Basislinie III : 2 - 4

$$C_2 = \begin{array}{c} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{baselines} & & m & n \\ \hline \text{(I)} & -I & I & 0 & 0 \\ \hline \text{(II)} & -I & 0 & I & 0 \\ \hline \text{(III)} & 0 & -I & 0 & I \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & & & & \text{sites} \end{array} \\ (m-1) n \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{mit } I = (5 \cdot 5) \text{ Einheitsmatrix} \\ 0 = (5 \cdot 5) \text{ Nullmatrix} \end{array}$$

Im allgemeinen treten pro Blockzeile die Untermatrizen I und -I jeweils einmal bei den entsprechenden Sites, aus denen sich die betreffende Basislinie zusammensetzt, auf. Alle anderen Elemente sind 0.

Die Matrix C, die sich aus dem Produkt der Matrizen C_1 und C_2 berechnet, ergibt eine Matrix der Dimension $(n-1)(m-1) \cdot mn$ und sie besitzt eine ähnliche Struktur wie die Matrix C_2 . Sie setzt sich aus Blöcken der Dimension $(n-1) \cdot m$ zusammen und jeder Block entspricht αB mit $\alpha = -1, 0$ oder 1. Pro Blockreihe tritt $\alpha = -1$ und $\alpha = 1$ jeweils einmal auf.

Beispiel : (Es gelten dieselben Annahmen wie oben).

$$C = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{c} m \\ n \end{array} & & \\ \begin{array}{c} (m-1) \\ (n-1) \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline -B & B & 0 & 0 \\ \hline -B & 0 & B & 0 \\ \hline 0 & -B & 0 & B \\ \hline \end{array} & & \end{array}$$

Setzt man die Varianz von Φ gleich der Einheit, so wird die Kovarianzmatrix von $\Delta^2\Phi$ zu :

$$\text{cov}(\Delta^2\Phi) = C C^T :$$

Beispiel:

$$C C^T = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 2BB^T & BB^T & -BB^T \\ \hline BB^T & 2BB^T & 0 \\ \hline -BB^T & 0 & 2BB^T \\ \hline \end{array} = 2 \begin{array}{|c|c|c|} \hline R & 1/2R & -1/2R \\ \hline 1/2R & R & 0 \\ \hline -1/2R & 0 & R \\ \hline \end{array} = 2 \bar{R}$$

Allgemein gilt : $\text{cov}(\Delta^2\Phi) = \sigma^2_{(\Delta^2\Phi)} \bar{R}$

und die Gewichtsmatrix berechnet sich dann als $P = \bar{R}^{-1}$.

Die Inversion der R-Matrix kann zerlegt werden in die Inversion der R-Matrix und einer α -Matrix, die aus den Koeffizienten, die bei den R-Blöcken in der R-Matrix auftreten, gebildet wird.

Ein zusätzliches Problem tritt auf, wenn die Messreihe nicht vollständig ist. Für die Behandlung dieser Problematik sei auf [Beutler et al.] in Manuscripta Geodaetica verwiesen.

Bemerkungen :

Bei der oben beschriebenen Methode berücksichtigt man auch die Korrelationen zwischen Doppeldifferenzen von verschiedenen Basislinien, und somit wird die Lösung unabhängig von der Definition der Basislinien.

Im PoPS wird die Möglichkeit der Berücksichtigung dieser Korrelationen mit der Parameterwahl "correlations" none --> double" angeboten, ist aber leider beim momentanen Stand des Programms noch nicht verfügbar. (Version 1.04 von PoPS).

6. FEHLEREINFLUSSE

Literatur : siehe z.B. Geiger, A.(1987) : Einfluss richtungsabhängiger Fehler bei Satellitenmessungen, IGP-Bericht Nr. 130.

6.1. Fehler in der Satellitenpositionen

Um die GPS-Messungen auswerten und die Position des Empfängers bestimmen zu können, müssen diejenigen der Satelliten bekannt sein. Sie werden oft als fehlerfrei in die Berechnung eingeführt. Bei relativer Positionsbestimmung kann der Einfluss eines Fehlers in der Satellitenposition auf die Basislinie durch folgende Formel abgeschätzt werden (Bauersima 1983. eqn 84):

$$\frac{db}{b} = \frac{d\rho}{\rho}$$

mit b = Länge der Basislinie.
 ρ = Distanz Empfänger - Satellit.
 $d\rho$ = Orbitfehler.
 db = resultierender Fehler an der Länge der Basislinie.

Die Auswertung dieser Formel liefert folgende Resultate (mit $\rho = 25000$ km)

dr [m]	db/b [ppm]	db [mm]	
		b = 10 km	b = 100 km
125	5	50	500
50	2	20	200
25	1	10	100
2.5	0.1	1	10

Aus dieser Abschätzung ist ersichtlich, dass bei kürzeren Basislinien -kleiner als 10 km- die broadcast Ephemeriden genügend genau sind, um den verursachten Fehler auf einige Millimeter zu beschränken. Bei langen Basislinien hingegen wird die Genauigkeit der Satellitenposition entscheidend, will man Zentimetergenauigkeit erreichen. Dies wird ermöglicht durch Verwendung der präzisen Ephemeriden oder durch eine in die Ausgleichung integrierte Orbitverbesserung.

Das auf der Software von Beutler et al. beruhende und von der Firma Wild adaptierte Auswerteprogramm PoPS arbeitet mit Satellitenpositionen, die entweder aus den broadcast oder, falls solche zur Verfügung stehen, aus den präzisen Ephemeriden berechnet werden. Eine Orbitverbesserung kann das Programm nicht durchführen; eine Erweiterung in diese Richtung wäre

aber in Zukunft denkbar und auch sinnvoll, falls die Genauigkeit der broadcast Ephemeriden durch Beschluss des US Department of Defence verschlechtert werden würden.

6.2. Mehrfachwegausbreitung

Die Mehrfachwegausbreitung wird durch Überlagerung des direkten Signals mit am Boden reflektierten Signalen hervorgerufen. Der Einfluss hängt von der Reflexionsfähigkeit der Umgebung und dem Bodenabstand der Antenne ab. Er bewirkt einen systematischen Fehler von bis zu 10 Zentimetern, kann aber durch spezielle Antennenkonstruktion auf einige Millimeter reduziert werden. Auch sind Versuche unternommen worden, diesen Effekt durch Bodenmatten zu unterbinden, die das Signal absorbieren.

6.3. Einflüsse des Ausbreitungsmediums

Das vom Satelliten ausgesandte Signal durchquert die Ionosphäre und die Troposphäre, bevor es den Empfänger erreicht. Dies verringert die Ausbreitungsgeschwindigkeit und macht eine Korrektur an den Laufzeit- sowie an den Phasenmessungen nötig.

Der Ausdruck "Troposphäre" bezeichnet hier die unteren elektrisch ungeladenen Schichten der Atmosphäre: die Tropo- und die Stratosphäre.

6.3.1. Einfluss der Troposphäre

Der Einfluss der Troposphäre auf die Laufzeit τ ist :

$$\Delta\tau = \frac{1}{c} \int_{\rho} (n - 1) d\rho = \frac{1}{c} 10^{-6} \int_{\rho} N d\rho$$

und auf die hieraus berechnete Distanz ρ :

$$\Delta\rho = \int_{\rho} (n - 1) d\rho = 10^{-6} \int_{\rho} N d\rho$$

- mit
- τ = Laufzeit,
 - n = Brechungsindex,
 - N = Brechungszahl $N = 10^6 (n - 1)$,
 - λ = Wellenlänge der Trägerwelle,
 - f = Frequenz der Trägerwelle,
 - ρ = Ausbreitungsweg der Welle.

Analog erhält man als Korrekturterm der Phasenmessung :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\lambda_0} \Delta\rho = \frac{f_0}{c} \Delta\rho$$

Es gilt : $\tau_{\text{Vakuum}} = \tau_{\text{gem}} - \Delta\tau$ und $\Phi_{\text{Vakuum}} = \Phi_{\text{gem}} - \Delta\Phi$

Der Brechungsindex ist unabhängig von der Frequenz für Wellen im Frequenzbereich bis 15 GHz und lässt sich für Mikrowellen mit der empirischen Formel von Essen und Froome [1963] berechnen.

$$N = (n - 1) 10^6 = 77.624 \frac{p}{T} - 12.92 \frac{e}{T} + 371.900 \frac{e}{T^2}$$

mit p = Druck in mbar,
 e = Partialdruck des Wasserdampfes,
 T = Temperatur in Grad Kelvin.

Eine für die Berechnung des Fehlers an der Distanz oft verwendete Formel stammt von [Saastamoinen 1973] :

$$\Delta s \text{ [m]} = 0.002277 \sec z \left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) e - B \tan^2 z \right] + \delta_R$$

mit z = scheinbare Zenitdistanz,
 B, δ_R = Korrekturgrößen.

Meistens können $B = 1$ und $\delta_R = 0$ gesetzt werden und die scheinbare durch die wahre Zenitdistanz ersetzt werden.

Für eine genauere Berechnung von B und δ_R siehe [Saastamoinen 1973].

Ein anderes in den USA häufig benütztes Modell ist das Hopfield-Modell.

Der Fehler an der Distanz berechnet sich nach Hopfield mit :

$$\Delta s \text{ [m]} = K_d \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 6.25}} + K_w \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 2.25}}$$

mit E = Elevation,
 h = Höhe über Meer.

und

$$K_d = 77.6 \frac{p}{T} [40\,136 + 148.72 (T - 273.16) - h] 2 \cdot 10^{-7}$$

$$K_w = 77.6 \frac{4810 e}{T^2} (11\,000 - h) 2 \cdot 10^{-7}$$

Bemerkungen :

In beiden Modellen benötigt man Werte für Druck, Temperatur und relative Feuchtigkeit, die man entweder aus auf der Station erhobenen Messdaten oder mit Hilfe eines Standardmodells der Atmosphäre bestimmt. Die Erhebung von Meteodaten stellt einen Mehraufwand dar, und die Frage, ob man dadurch an Genauigkeit gegenüber der Standardatmosphäre gewinnt, ist noch nicht geklärt. Insbesondere im Gebirge stellt sich das Problem, wie repräsentativ die auf einer Station gemessenen Meteodaten für die darüberliegenden Schichten der Atmosphäre sind (Temperaturinversion, starke Schwankungen des Druckes usw.). Systematische Untersuchungen zu dieser Problematik liegen nach meiner Kenntnis im Moment noch nicht vor.

Bei kleinen Netzen wird der Einfluss der Troposphäre auf die einfachen und Doppeldifferenzen vor allem durch die horizontalen Luftschichten zwischen den Punkten bewirkt. Dies ersieht man aus der folgenden Skizze.

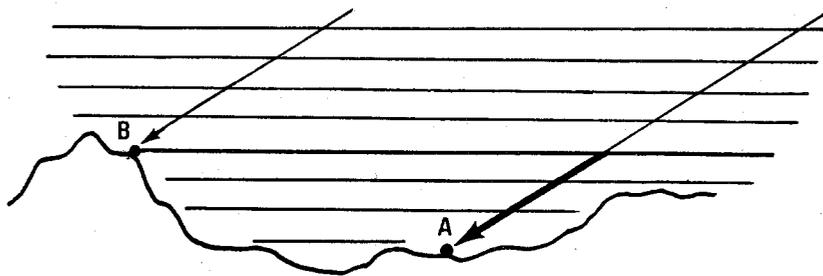


Abb.8 :Einfluss der Troposphäre auf die Relativpositionierung.

Die Schichten der Atmosphäre, die oberhalb des Punktes B liegen, haben auf die gemessene Phase in den Punkten A und B bei kleinräumigen Netzen denselben Einfluss und somit heben sie sich bei der Bildung der einfachen Differenzen heraus. Der Einfluss der Troposphäre ist also auf Netze mit grossen Höhenunterschieden, wie sie z.B. im Turtmann-Netz auftreten, am grössten.

6.3.2. Einfluss der Ionosphäre

Der Einfluss der Ionosphäre auf die Distanz ist proportional zur Ionenkonzentration in der Ionosphäre und umgekehrt proportional zum Quadrat der Frequenz.

Der Einfluss auf die Laufzeit (bei pseudo-range-Messungen) ist:

$$\Delta\tau_{\text{ION}} = \frac{\Delta\Phi_{\text{ION}}}{f} = 1.35 \cdot 10^{-7} \frac{N_e}{f^2}$$

mit f = Frequenz und

N_e = integrierte Elektronenzahl entlang des Ausbreitungsweges in Anzahl pro m^2 und hängt von der Elektronendichte und dem Elevationswinkel ab.

Diese Korrektur kann berechnet werden, indem man Annahmen über die Elektronendichte aus Modellvorstellungen trifft. Hier liegt nun die Schwierigkeit, da diese Grösse sehr stark ändern kann; sie ist u.a. von der Tages- und Jahreszeit sowie der geomagnetischen Breite abhängig.

Da die Ionosphäre die aus der gemessenen Laufzeit berechnete Distanz (pseudo range) bis zu einigen 10 Metern verfälschen kann, wird sie zur wichtigsten Fehlerquelle in der Navigation. Bei geodätischen Messungen spielt dieser Fehler eine kleinere Rolle. Bei der Differenzenbildung (between-stations-differences) hebt sich dieser Korrekturterm fast vollständig heraus, da die beiden Signale denselben Teil der Ionosphäre durchqueren und damit um denselben Betrag verfälscht sind.

Eine Möglichkeit, den Einfluss der Ionosphäre fast vollständig zu eliminieren, besteht darin, Messungen auf zwei Trägerfrequenzen durchzuführen und aus der Kombination der beiden Messungen eine ionosphärenfreie Laufzeit- resp. Phasenbeobachtung abzuleiten.

Für die Laufzeitmessung gilt :

$$\tau_1 = \tau_g + \Delta\tau_{1\text{ION}} \quad \text{für Trägerwelle } L_1$$

$$\tau_2 = \tau_g + \Delta\tau_{2\text{ION}} \quad \text{für Trägerwelle } L_2$$

τ_g entspricht der Laufzeit im Vakuum.

$$\frac{\Delta\tau_{1\text{ION}}}{\Delta\tau_{2\text{ION}}} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = R^2 \quad \text{mit} \quad R = \frac{1227.60}{1575.42} = 0.779$$

Daraus folgt :

$$\tau_1 - R^2 \tau_2 = \tau_g - R^2 \tau_g = (1 - R^2) \tau_g$$

$$\tau_g = \frac{\tau_1 - R^2 \tau_2}{1 - R^2} = \frac{(f_1)^2 \tau_1 - (f_2)^2 \tau_2}{(f_1)^2 - (f_2)^2}$$

Für eine ionosphärenfreie Phasenbeobachtung Φ_g ergibt sich folgender Ausdruck :

$$\Phi_g = f_1 \tau_g = \Phi_1 - \frac{R (\Phi_2 - R \Phi_1)}{1 - R^2}$$

$$\Phi_g = \Phi_1 - 1.984 (\Phi_2 - 0.779 \Phi_1)$$

Diese neue Grösse kann wie Φ_1 behandelt werden, nur bei der Auflösung der Mehrdeutigkeit treten zusätzliche Probleme auf.

TEIL II :

Auswertung mit PoPS

Im folgenden soll das GPS-Auswerteprogramm PoPS der Firma Wild kurz beschrieben werden. PoPS steht für Post Processing Software und dient der Verarbeitung von Pseudo-range- und Phasenmessungen, die mit dem WM 101-Empfänger durchgeführt wurden. Als Hardwarekomponente dient ein IBM PC AT oder XT oder ein IBM kompatibles Gerät. Zusätzlich wird ein Drucker sowie ein Kassetenlesegerät MEMTEC MODELL 5450XL benötigt. Die folgenden Ausführungen stützen sich grösstenteils auf das PoPS-Manual oder auf Erklärungen von Dipl.Ing. R. Scherrer.

Aufbau des Programms

Das Programm setzt sich aus 6 Teilen zusammen, die in der Auswertung in der Regel sukzessiv abgearbeitet werden.

1. Field preparation
2. Data transfer
3. Preprocessing
4. Computation
5. Transformation and results
6. Data editor

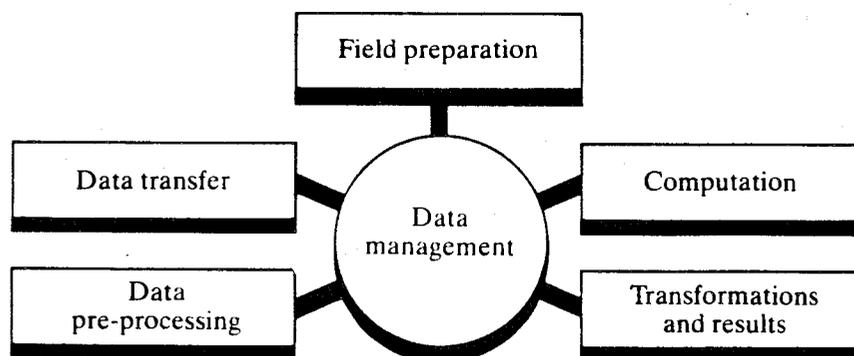


Abb.9. Konzept des Softwarepakets PoPS (siehe Hinweis bei Abb.1)

1. Field preparation

Dieser Programmteil ist fähig, für einen beliebigen Ort und für ein beliebiges Datum folgende Größen zu berechnen und in graphischer oder numerischer Form dem Benutzer zugänglich zu machen :

Optionen	Bemerkungen
1. satellite visibility	Die Sichtbarkeit jedes einzelnen Satelliten wird in Funktion der Zeit für den gewählten Tag graphisch aufgezeichnet. Die schlechten Satelliten werden speziell markiert.
2. satellite availability	Die Anzahl der zur Verfügung stehenden Satelliten wird graphisch in Funktion der Zeit aufgezeichnet.
3. satellite elevation	Graphische Darstellung der Elevation in Funktion der Zeit. (Histogramm)
4. satellite azimuth	Graphische Darstellung des Azimuts in Funktion der Zeit.
5. geometric dilution of precision (GDOP)	Graphische oder numerische Darstellung.
6. position dilution of precision (PDOP)	Graphische oder numerische Darstellung.

Die nötige Information zur Berechnung dieser Daten wird dem abgespeicherten Almanach entnommen. Ist bei Messungen im Feld der im nichtflüchtigen Speicher des WM101 gespeicherte Almanach älter als ein Monat, so wird automatisch ein neuer Almanach der Navigationsnachricht entnommen. Dieser wird sowohl im nichtflüchtigen Speicher als auch auf die WM101-Kassette geschrieben. Befindet sich bei der Datenübertragung zum Computer auf der Kassette ein neuer Almanach, so wird in der Datenbank von PoPs der alte Almanach mit den neuen Werten überschrieben. Somit wird automatisch gewährleistet, immer einen aktuellen Almanach zur "Field Preparation" zur Verfügung zu haben.

2. Data Transfer

Das Data Transfer dient dem Einlesen von Daten. Die Daten werden zu einer Kampagne zusammengefasst und von einer Datenbank verwaltet.

Bei Messungen mit dem WM101-Empfänger werden die Daten auf Kassetten gespeichert, die über das MEMTEC 5450XL eingelesen und in die Datenbank abgespeichert werden. PoPS bietet zusätzlich die Möglichkeit, Daten von Disketten über einen externen IBM-Disk-Drive einzulesen.

Jedes eingelesene File entspricht den Messungen eines Receivers an einem Punkt. Die während der Messung im Feld eingetippten Zusatzinformationen werden dem Benutzer zur Kontrolle und möglichen Korrektur zugänglich gemacht. Dies sind vor allem die Näherungskordinaten der Punkte (Länge, Breite, Höhe), die Kalibrierungskonstante sowie die Nummer des Empfängers, die Höhe der Antenne über dem Punkt und der Offset der Zeitzone von GMT.

Die Daten, die sich aus den eigentlichen Messungen, den Navigationsnachrichten der Satelliten, sowie den Zusatzdaten zusammensetzen, werden in der Datenbank abgespeichert. Jedes eingelesene File kann und darf nur Daten enthalten, die sich auf einen einzigen Beobachtungspunkt beziehen. Der Benutzer muss das File dem entsprechenden Punkt zuordnen. Dazu werden von PoPS 10 Sites angeboten, nummeriert von 1 bis 10. Somit können nur Netze mit maximal 10 Punkten berechnet werden.

Die Beobachtungsdauer muss in **Sessions** eingeteilt werden. Die Definition der verschiedenen Sessions steht dem Benutzer frei. PoPS verlangt eine Beschränkung der Anzahl Messungen pro Session, pro Beobachtungspunkt und pro Satellit auf 180 Beobachtungen. Die Zeitpunkte werden als **Epochs** bezeichnet. Bei einer Datenrate von 1 Beobachtung pro Minute beträgt die maximale Dauer einer Session drei Stunden. Diese Einteilung in Sessions ist wichtig, denn jede wird im Preprocessing getrennt behandelt.

3. Preprocessing

Das Preprocessing dient der Aufbereitung der Messungen und zerfällt in folgende Schritte :

- 3.1. Determine standard orbits
- 3.2. Compute single point positioning
- 3.3. Define baselines
- 3.4. Create single differences
- 3.5. Screen data

3.1. Determine standard orbits

In diesem Unterprogramm werden die Satellitenbahnen berechnet. Die Option, ob broadcast oder precise Ephemeriden benutzt werden sollen, wird vom Programm angeboten. Im allgemeinen werden die broadcast Ephemeriden benutzt. Sie sind in der Datenbank vorhanden, da sie in der vom Empfänger decodierten Navigationsnachricht enthalten waren.

Die Bahnkoordinaten jedes Satelliten im WGS-72-, resp. seit anfangs 1987 im WGS-84-System, werden durch Polynome 6. Grades approximiert:

$$x(t) = \sum_{n=0}^6 a_{xn} t^n$$

$$y(t) = \sum_{n=0}^6 a_{yn} t^n$$

$$z(t) = \sum_{n=0}^6 a_{zn} t^n$$

Um die $3 \cdot 7$ Koeffizienten zu bestimmen, werden aus den Ephemeriden direkt berechnete Positionen zu 7 Zeitpunkten benutzt. Die Sessions werden in Zeitabschnitte von jeweils einer Stunde aufgeteilt. Für jedes Intervall wird eine solche Approximation durchgeführt und die 21 Koeffizienten bestimmt. Dies gewährleistet eine Darstellung der Satellitenbahn, die die Position und Geschwindigkeit zu einem beliebigen Zeitpunkt während einer Session sehr einfach zu berechnen erlaubt. Der Grad 6 des Polynoms gewährt eine Interpolationsgenauigkeit von 0.1 Meter.

3.2. Compute single point positioning

In der "single point positioning" werden die Pseudo-range-Messungen ausgewertet. Für jede Session und jeden Ort kann eine solche Lösung durchgeführt werden. Diese Lösung dient vor allem zwei Zwecken :

1. Bestimmung von Näherungskoordinaten
2. Bestimmung von Uhrparameter

Die Berechnung erfolgt nach der in Teil I: Kapitel 3. Navigation mit GPS präsentierten Lösung. Es können folgende Kontrollparameter gewählt werden :

Parameter	Bemerkungen
1. Frequency	im Moment arbeiten die WM 101-Empfänger nur auf der L_1 -Frequenz; vom Programm können Messungen der beiden Frequenzen ausgewertet werden.
2. Ephemerides	broadcast oder precise
3. Coordinate estimation (yes/no)	siehe : Teil I: 3.4: Bedeutung der Navigation für geodätische Messmethoden.
4. No. of clock parameters (1 - 3)	idem
5. Ionosphere model	Zur Auswahl stehen : None single layer
6. Troposphere model	Zur Auswahl stehen : None Hopfield I Hopfield II Saastamoinen
7. Degree of polynomial	Die Daten werden mit einem Polynom gescreent, dessen Grad man wählen kann. Treten Sprünge in den Residuen auf, so werden die Messungen nach einem Sprung, der von PoPS als grober Fehler entdeckt wurde, nicht berücksichtigt.
8. Max. epoch difference	Maximale Zeitdifferenz zwischen dem Beginn der Messungen und der nächsten verfügbaren Navigationsnachricht.
9. Estimated clock corrections	Eine a priori Information über die Uhrparameter kann, falls vorhanden, eingeführt werden.
10. Minimal elevation	Minimale Elevation über dem Horizont (meistens wird 15° eingeführt).

Dem Benutzer steht noch die zusätzliche Möglichkeit offen, Satelliten als unbrauchbar zu erklären und somit keine Messungen zu diesen Satelliten zu berücksichtigen.

Wie schon erwähnt, dient die single-point-Lösung zwei Zwecken :

1. Bestimmung von **Näherungskoordinaten** : Die Näherungskoordinaten besitzen eine Genauigkeit von ca 5 bis 10 Meter . Falls man bessere Werte besitzt, kann auf die Bestimmung verzichtet werden.
2. Bestimmung der **Uhrparameter** : Da sich das Verhalten der Empfängeruhren voll auf die Pseudodistanzen auswirkt, ist es möglich die Uhrparameter der Receiver mit guter Genauigkeit, aus der single-point-Lösung zu bestimmen. Typisch können folgende Genauigkeiten erreicht werden :

Offset : 10^{-8} sec

Drift : 10^{-11} sec/sec

Frequenzdrift : 10^{-15} sec²/sec

Die hier berechneten Uhrparameter können bei der Auswertung der Doppeldifferenzen benutzt werden, was von Vorteil ist.

3.3. Define baselines

Um einfache und Doppeldifferenzen bilden zu können, müssen Basislinien definiert werden, die aus je zwei Stationen (Sites) bestehen. Für jede Session muss eine solche Zuordnung vorgenommen werden.

PoPS bietet vier Möglichkeiten an :

1. User-selected reference site
2. User selected baselines
3. Automatic selection of reference site
4. Automatic selection of baselines

Bei der Wahl eines "reference site", werden alle Basislinien als Differenz zu diesem Punkt gebildet. Es ergibt sich für das Netz eine Sternkonfiguration. Bei der Wahl "baselines", werden die Basislinien beliebig definiert und es entsteht ein offenes Netzwerk.

Bei der automatischen Auswahl, baut PoPS das Netz so auf, dass die Summe aller Basislängen minimal ist.

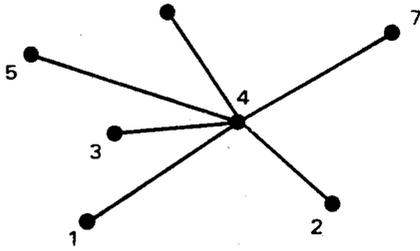


Abb.10. Netz mit Referenzpunkt

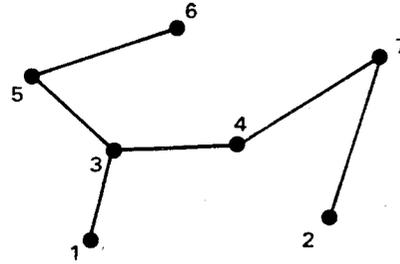


Abb.11. offenes Netzwerk

Im allgemeinen ist darauf zu achten, dass die Basislinien **unabhängig** sind und die Anzahl eingeführter Basislinien gleich der Anzahl minus 1 der in der Session vermessenen Sites. Es sei noch erwähnt, dass PoPS keine abhängige Definition akzeptiert.

Auch ist es wichtig, die Basislinien so einzuführen, dass **alle Messungen** benutzt werden können. So wäre es z.B. schlecht, einen Referenzpunkt zu wählen, auf dem nur während der Hälfte der Session gemessen wurde, da alle Messungen, die nicht in diesem Zeitintervall liegen, wegfallen würden. Dies wird bei der automatischen Auswahl von PoPS nicht berücksichtigt, und deshalb ist diesem Kriterium ein spezielles Augenmerk zu schenken.

Eine zusätzliche Forderung besteht darin, die Basislinien **möglichst klein** zu wählen. Diese Forderung ist aber gegenüber den obigen von untergeordneter Bedeutung.

3.4. Create single difference files

Für die Weiterverarbeitung werden die between-station differences gebildet. Sie stützen sich auf die vorangehende Basisliniendefinition.

3.5. Screen data

Das Data-screening dient vor allem der **Behebung von cycle slips** und der **Elimination von groben Fehlern und stark verrauschten Daten**.

Bei der Messung wird vom Empfänger mit einer bestimmten Frequenz die Phase der Trägerwelle bestimmt. Dabei wird die Änderung der Anzahl ganzer Zyklen berücksichtigt, so dass in einer Messreihe nur die anfängliche Mehrdeutigkeit auftritt.

Ein cycle slip ist ein Sprung oder eine Diskontinuität in der beobachteten Phase. Er entspricht

einem Fehler in der Änderung der Anzahl ganzer Zyklen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten und wird meistens durch folgende Ursachen hervorgerufen :

- Unterbrechung im Empfang des Signals, verursacht durch ein Hindernis wie Gebäude, Bäume usw.
- Elektronische Unterbrechung des Signals.
- Elektronisches Fehlverhalten des Empfängers.

Die cycle slips müssen gefunden und korrigiert werden. Das Screening besteht aus zwei Schritten: dem Screening der einfachen Differenzen und demjenigen der Doppeldifferenzen.

Das Vorgehen ist in beiden Fällen gleich, und das Screening wird für jede Basislinie getrennt durchgeführt. In beiden Fällen wird der Absolutvektor, also die Differenz zwischen den gemessenen und den aus Näherungskoodinaten berechneten Grössen gebildet. Dieser Absolutvektor wird nicht direkt dem Data screening zugeführt, sondern es wird jeweils die Differenz zweier aufeinanderfolgender Messzeitpunkte benutzt . Diese Grösse kann als diskrete Ableitung nach der Zeit interpretiert werden.

Es gilt (für die einfachen Differenzen) :

$$\text{Das Absolutglied } \Delta\Phi_f(t_i) = \Delta\Phi_{\text{gem}}(t_i) - \Delta\Phi_0(t_i)$$

mit $\Delta\Phi_{\text{gem}}(t_i)$ = die aus den Messungen berechnete einfache Differenz,
 $\Delta\Phi_0(t_i)$ = die aus den Näherungskoodinaten berechnete einfache Differenz.

Für das Data screening wird die Grösse $\varepsilon(t_i)$ gebildet :

$$\varepsilon(t_i) = \Delta\Phi_f(t_i) - \Delta\Phi_f(t_{i-1}) \approx \frac{d(\Delta\Phi_f(t_i))}{dt} \Delta t$$

Für die Doppeldifferenzen erhält man analoge Ausdrücke. (In den Formeln muss nur $\Delta\Phi$ durch $\Delta^2\Phi$ ersetzt werden).

Bemerkung : Bei den Doppeldifferenzen erhält man :

$$\bar{\varepsilon}(t_i) = \Delta^2\Phi_f(t_i) - \Delta^2\Phi_f(t_{i-1})$$

$$\bar{\varepsilon}(t_i) = (\Delta^2\Phi_{\text{gem}}(t_i) - \Delta^2\Phi_{\text{gem}}(t_{i-1})) - (\Delta^2\Phi_0(t_i) - \Delta^2\Phi_0(t_{i-1}))$$

$$\bar{\varepsilon}(t_i) = \Delta^3\Phi_{\text{gem}}(t_i) - \Delta^3\Phi_0(t_i)$$

Damit kann $\bar{\varepsilon}(t_i)$ als Differenz der gemessenen und der genäherten Tripeldifferenzen interpretiert werden.

Diese Grössen $\epsilon(t_i)$ und $\bar{\epsilon}(t_i)$ werden mit einem Polynom, dessen Grad vom Benutzer gewählt werden kann, approximiert, und die Residuen dieser Approximation werden dem Data screening unterzogen.

Cycle slips detection : Falls zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkte t_{i-1} und t_i ein cycle slip von n Zyklen vorhanden ist, so wird der Erwartungswert für $\epsilon(t_i)$ resp. $\bar{\epsilon}(t_i)$ zu n . Graphisch ergibt sich folgendes Bild:

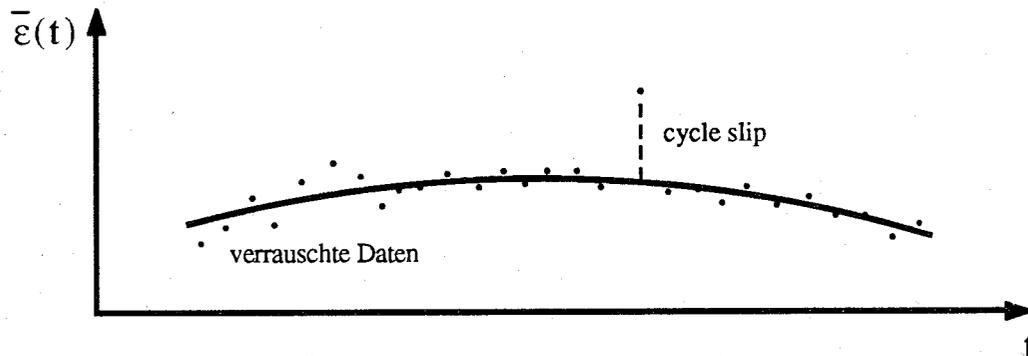


Abb. 12 : Cycle slips detection.

Dieses Vorgehen ermöglicht es also, die cycle slips zu detektieren und anschliessend zu korrigieren. Die Güte des Verfahrens hängt von der Streuung der Residuen ab, die sehr unterschiedlich für einfache und Doppeldifferenzen ist.

Da bei den **einfachen Differenzen** das Frequenzverhalten der Empfängeroszillatoren nicht eliminiert wird, ist die Streuung um ein Vielfaches grösser als bei den Doppeldifferenzen und beträgt in der Grössenordnung von 0.5 - 3 Zyklen. Der einzugebende Toleranzwert für die cycle-slip-Beseitigung sollte deshalb nicht zu klein gewählt werden (2-3 fache des Streuwertes). Das Screening der einfachen Differenzen erlaubt somit die Elimination von grossen cycle slips und einen ersten Überblick über die Güte der einzelnen Satelliten, da im Gegensatz zu den Doppeldifferenzen jede Messreihe nur von einem Satelliten abhängt.

Weitaus wichtiger ist das screening der **Doppeldifferenzen** . Der mittlere Fehler der Residuen aus der Approximation beträgt 0.03 - 0.10 Zyklen. Bei dieser Genauigkeit ist es möglich, alle Zyklusfehler eindeutig zu lokalisieren und zu entfernen.

Elimination von stark verrauschten Daten : Auf den zwei Stufen des screenings ist es möglich, Beobachtungen selektiv zu eliminieren, um stark verrauschte Daten und grobe Fehler zu entfernen. Dies sollte vorsichtig in einem iterativen Vorgehen bewerkstelligt werden. Da die Elimination von Daten die Approximation durch das Polynom beeinflusst, muss nach jedem Eliminationsschritt das Screening neu berechnet werden. Auf diese Art und Weise ist es möglich, den mittleren Fehler der Approximation bis auf 0.03 - 0.05 Zyklen zu reduzieren.

Bei diesem Verfahren darf man nicht vergessen, dass sowohl der Grad des Polynoms, die Güte der Näherungskordinaten, die Dauer der Session, die Länge der Basislinie sowie troposphärische und ionosphärische Einflüsse das Data screening beeinflussen.

Bemerkungen :

Der Grad des Polynoms sollte nicht zu hoch gewählt werden. Die ersten Erfahrungen zeigen, dass bei den einfachen Differenzen ein Polynom des 4. Grades und bei den Doppeldifferenzen ein Polynom 2. Grades vollauf genügen.

Das Data screening hängt von den Näherungskordinaten ab. Der Einfluss eines Fehlers an einer genäherten Basisdistanz ist :

$$d(\bar{\varepsilon}^{ik}) = d(\Delta^2 \Phi_f^{ik}) = d(\Delta^2 \Phi_0^{ik}) = d(\Delta \Phi_0^k) - d(\Delta \Phi_0^i) = \frac{1}{\lambda_0} db (\cos \alpha_k - \cos \alpha_i)$$

mit $\Delta \Phi_f$ = Differenz zwischen genähertem und gemessenem Wert
 $\Delta \Phi_0$ = Näherungswert
 b = Basislinienvektor

und

$$\cos \alpha_k = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}^k}{|\mathbf{b}| |\mathbf{d}^k|} = \mathbf{e}_b \cdot \mathbf{e}^k$$

$$\cos \alpha_i = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{d}^i}{|\mathbf{b}| |\mathbf{d}^i|} = \mathbf{e}_b \cdot \mathbf{e}^i$$

mit \mathbf{e}_b = Einheitsvektor der Basislinie
 \mathbf{e}^k = Einheitsvektor in Richtung zum k-ten Satelliten

Durch die Approximation mit einem Polynom wird ein Teil dieses Einflusses absorbiert und eine a priori Abschätzung ist deshalb schwierig. Als Faustregel kann gelten, dass für ein sauberes Data screening der Fehler an der Basislänge kleiner als 2-3 m sein sollte.

4. Computation

Dieser Programmteil dient der Berechnung des Netzes und setzt sich sinngemäss aus folgenden drei Teilen zusammen :

1. Define network
2. Compute network
3. Display and store results

4.1. Define Network

Bei der Netzdefinition werden die Sessions und innerhalb jeder Session die Basislinien ausgewählt, die in die Berechnung miteinbezogen werden.

Weiterhin bietet PoPS die Möglichkeit an, die Uhrparameter neu zu berechnen oder sie aus der single-point-Lösung zu übernehmen. Dies ist im allgemeinen von Vorteil, da in der single-point-Lösung die Uhrparameter mit grosser Genauigkeit bestimmt werden. Ihr Einfluss auf die Doppeldifferenzen hingegen ist viel geringer. Nur im Falle wo die single-point-Lösung deutlich ein schwaches Resultat liefert, ist es angebracht, die Uhrparameter neu zu bestimmen.

Um das Netz zu lagern, muss ein Punkt als bekannt eingeführt werden. Hierzu bietet PoPS eine allgemeinere Lösung an, indem zusätzliche statistische Informationen über die Koordinaten von beliebigen Punkten im Netz eingeführt werden können.

Eine ganze Reihe von Kontrollparametern muss gesetzt werden, Parameter, die zum Teil identisch sind mit denjenigen der single-point-Lösung.

Parameter	Bemerkungen	
1. a priori σ	mittlerer Fehler einer Doppeldifferenz a priori	
2. minimum elevation		
3. tropospheric model		Optionen : None Hopfield (I) Hopfield (II) Saastamoinen
4. use meteorological data or standard atmosphere		

5. ionospheric model	Optionen : None single layer
6. ephemeris	Optionen : broadcast / precise
7. resolve ambiguities (yes/no)	Bei sehr langen Basislinien ist es oft unmöglich, die Mehrdeutigkeiten aufzulösen. In einem solchen Fall kann von Anfang an darauf verzichtet werden.
8. use ambiguities of previous solution (yes/no)	Falls schon Teilnetze berechnet wurden, deren Resultate in der Datenbank abgespeichert wurden, kann auf die Werte für die Mehrdeutigkeiten dieser Lösungen zurückgegriffen werden.
9. correlation	Optionen : None None -> double (*) Single -> double
10. compute residuals	Optionen : in meters in cycles no

(*) : die Option, die Korrelation von "none -> double" zu berücksichtigen, ist zur Zeit noch nicht verfügbar.

4.2. Compute network

Die Berechnung wird automatisch durchgeführt: Die Koeffizienten der Normalgleichungsmatrix werden gebildet, und das Gleichungssystem wird invertiert. Dies führt zu einem ersten Resultat (result first part). Anschliessend werden die Mehrdeutigkeiten gelöst, d.h.: den als reelle Zahlen eingeführten Mehrdeutigkeiten werden ganze Werte zugewiesen. Diese Zuweisung muss eindeutig sein. Sie ist mit einem statistischen Testverfahren verbunden. Falls dies nicht möglich ist, bleiben sie als reelle Zahlen in der Rechnung. Anschliessend wird die Berechnung wiederholt, wobei die Mehrdeutigkeiten als bekannt eingeführt werden. Dieser Prozess ist iterativ und wird wiederholt bis keine Mehrdeutigkeit mehr aufgelöst werden kann. Dies führt zum endgültigen Resultat (result second part). Die Auflösung der Mehrdeutigkeiten erhöht die Genauigkeit und liefert eine stabilere Lösung.

Falls die Auflösung in der Parameterwahl nicht verlangt wurde, entfällt der zweite Teil. Es werden dann noch die Residuen der einzelnen Doppeldifferenzen berechnet.

4.3. Display and store results

Das Resultat kann sowohl auf dem Bildschirm wie auf dem Printer ausgegeben werden.
Zur Auswahl stehen :

1. Display solution
2. Display geographical coordinates
3. Display distances
4. Display residuals
5. Display network definition
6. Store results

5. Transformation and results

Dieser Programmabschnitt ist in der benutzten Version 1.04 von PoPS nur teilweise fertiggestellt. Die einzige Auswahl, die angeboten wird, ist die Berechnung und die Ausgabe der Kovarianzmatrix der unbekannt Parameter.

6. Data editor

Für diesen Programmabschnitt gilt dasselbe wie für "5. Transformation and results". Die einzige Auswahl besteht in der Möglichkeit, alle Sessions neu zu definieren. Eine solche Neudefinition bewirkt das Löschen von all jenen Daten, die auf dieser Definition aufbauen: z.B.: Lösung eines single-point-positioning, Data screening, usw.

TEIL III

Auswertung, Resultate und Interpretation der Messungen im GPS-Testnetz Turtmann

1. EINLEITUNG

Für meine Diplomarbeit wurden mir Daten von der Firma Wild zur Verfügung gestellt. Sie stammen aus einer Messkampagne, die von Mitarbeitern der Firma Wild vom 14 - 17 Oktober 1986 im GPS-Testnetz Turtmann durchgeführt wurden. Es wurde an vier Tagen mit jeweils 5 WM 101-Empfängern beobachtet.

In einem ersten Schritt der Auswertung ging es darum, mit dem vorhandenen Datenmaterial eine saubere Lösung zu berechnen und das erhaltene Resultat mit den terrestrisch bestimmten Koordinaten zu vergleichen (L+T 1-87). Dazu wurden die einzelnen Sessions erst getrennt berechnet und anschliessend zu einer Gesamtausgleichung zusammengefügt.

In einem zweiten Schritt habe ich durch Variation von einigen Parametern (Troposphärenmodelle, Ionosphärenmodell, minimaler Elevationswinkel, Beobachtungsdauer) deren Einfluss auf das Resultat untersucht. Ein Teil dieser Untersuchungen wurden im Rahmen der Diplomarbeit durchgeführt, während der Rest anschliessend erarbeitet wurde.

2. DAS 3D TESTNETZ TURTMANN

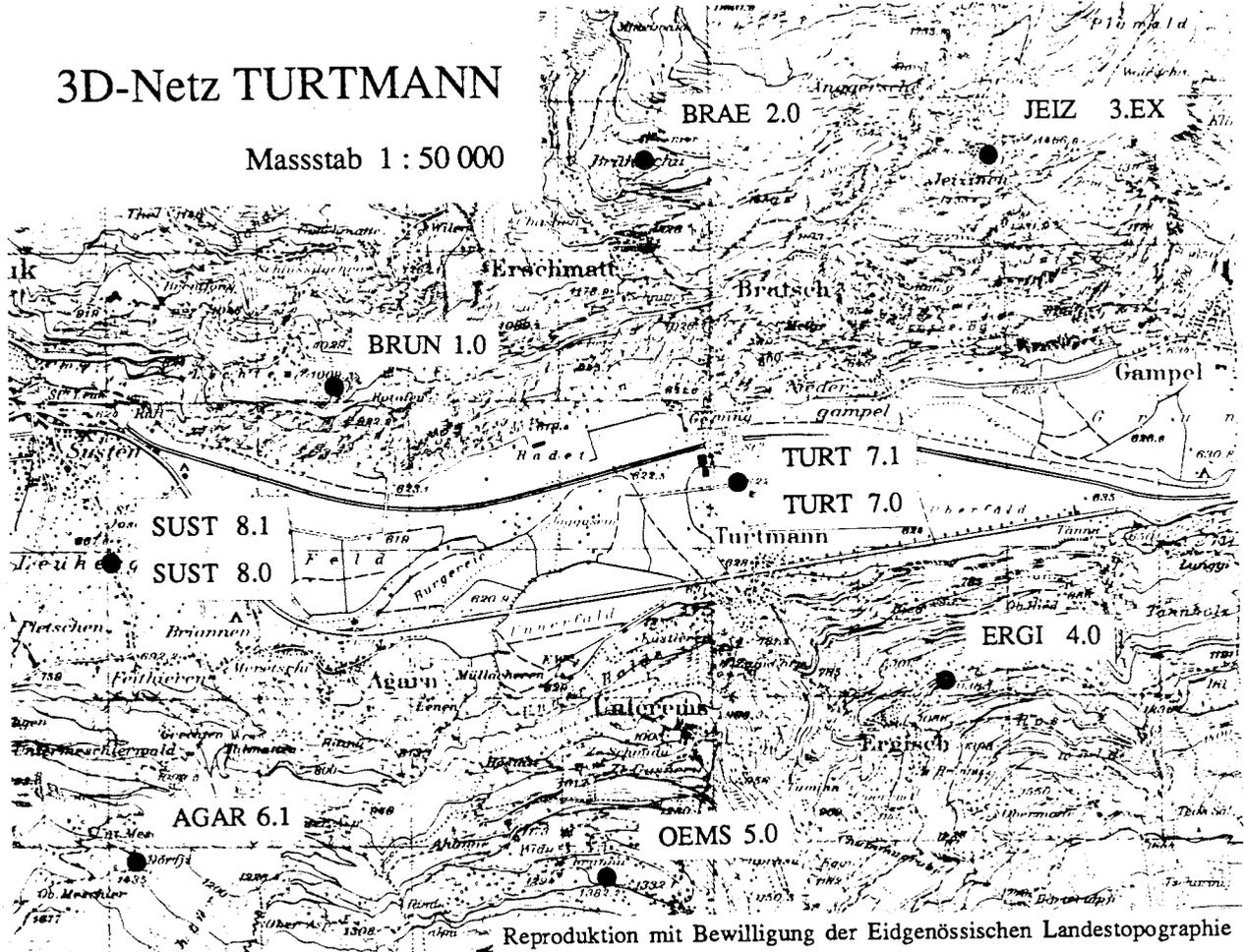
Auf Anregung der Schweizerischen Geodätischen Kommission (SGK) wurde von Vertretern des Astronomischen Instituts der Universität Bern (AIUB), des Bundesamtes für Landestopographie (L+T) und des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich in enger Zusammenarbeit ein Testnetz für GPS bei Turtmann im Wallis aufgebaut.

Dieses Testnetz soll Aufschluss über folgende Fragen geben :

1. Genauigkeit und Einsetzbarkeit der verschiedenen Empfängertypen.
2. Genauigkeit der Höhenbestimmung in einem Netz mit grossen Höhenunterschieden.
3. Im weiteren ist die Anwendbarkeit von GPS auf Untersuchungen zu rezenten Krustenbewegungen von grossem Interesse.

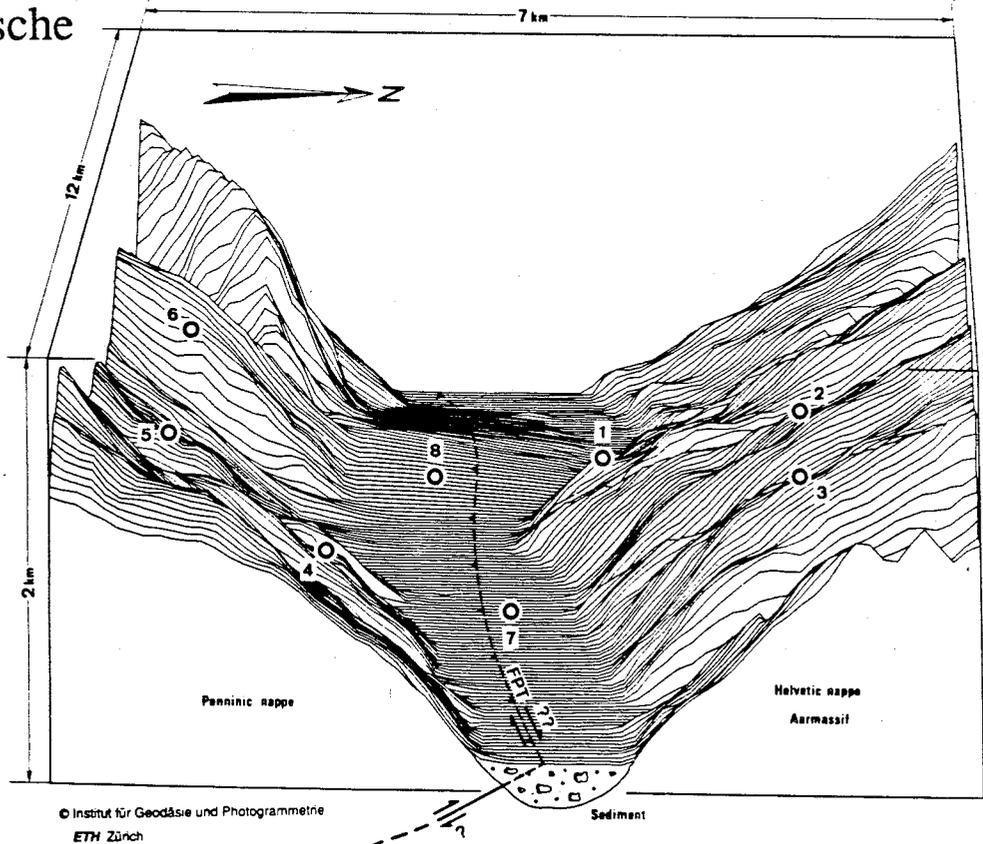
3D-Netz TURTMANN

Masstab 1 : 50 000



Reproduktion mit Bewilligung der Eidgenössischen Landestopographie

Perspektivische Ansicht



Im Turtmann-Netz sind diese Anforderungen alle berücksichtigt. Das Netz setzt sich aus 8 Punkten zusammen. Die grösste Basislänge beträgt 7.5 km, und die Punkte verteilen sich auf Höhen von 620 bis 1530 m. Sie bestehen aus zwei Gruppen, die unterschiedlichen geodynamisch aktiven Platten angehören.

Bei einigen Punkten wurden noch zusätzlich Exzentren installiert, so dass sich folgendes Bild ergibt :

Punktgruppe	Punkte	
	Zentrum	Exzentren
BRUN	1.0	
BRAE	2.0	2.1
JEIZ	3.0	3.GPS 3.EX
ERGI	4.0	
OEMS	5.0	
AGAR	6.0	6.1
TURT	7.0	7.1 7.2
SUST	8.0	8.1

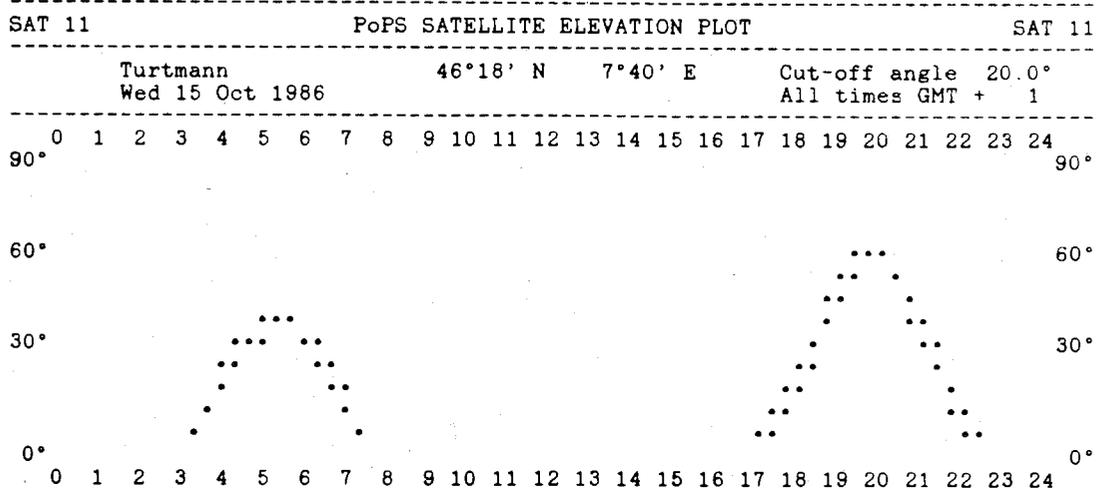
3. SATELLITENKONSTELLATION

Die Messungen wurden mit 5 WM-101 Empfängern an vier aufeinanderfolgenden Tagen vom 14.-17. Oktober durchgeführt. Um einen Überblick über die Konstellation der Satelliten zu gewinnen, habe ich nachträglich mit Hilfe des Programmteils Field preparation die Sichtbarkeit, die Verfügbarkeit, Elevation und Azimut der einzelnen verwendeten Satelliten sowie GDOP und PDOP für den 15. Oktober 1986 im Turtmantal ($\phi = 46^{\circ} 18' N$, $\lambda = 7^{\circ} 40' E$, $H = 1000$ m) berechnet.

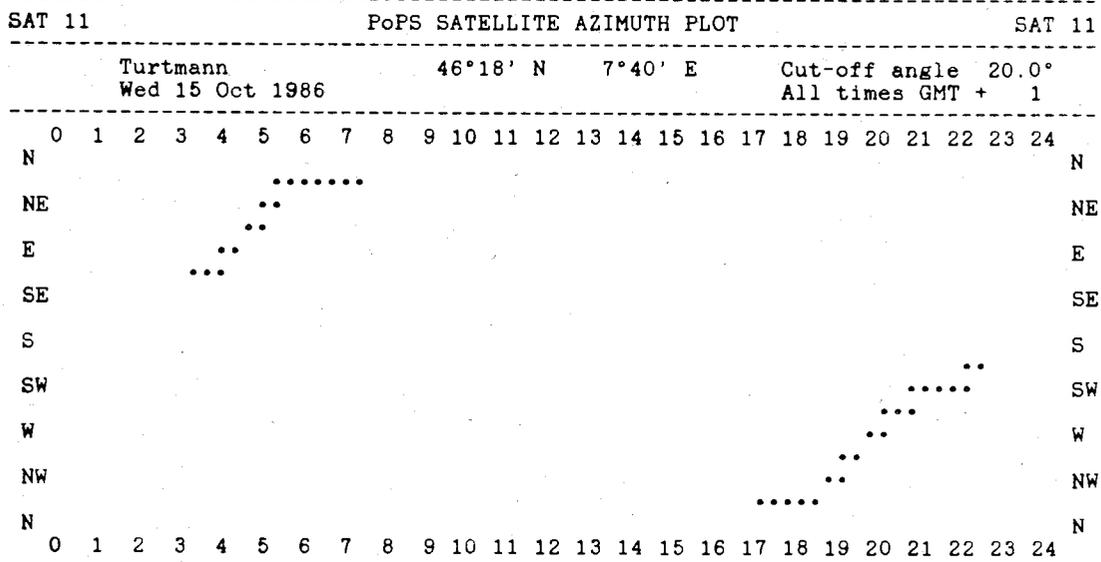
Da man schon vor der Messkampagne wusste, dass der Satellit 8 schlechte Resultate liefern würde, wurde er schon im Feld weggelassen und in der Auswertung nicht berücksichtigt. Es verbleiben dann noch folgende 5 Satelliten : 6, 9, 11, 12 und 13.

Da das Netz eine kleine Ausdehnung hat (ca $10 \cdot 10$ km), wurde die Berechnung nur für einen Punkt durchgeführt. Auch genügt es, die Konstellation nur für einen Tag zu berechnen, da sie sich über einen Zeitraum von 4 Tagen wenig ändert: Das Beobachtungsfenster verschiebt sich pro Tag um 4 Minuten, und zwar erscheinen die Satelliten jeden Tag um 4 Minuten früher.

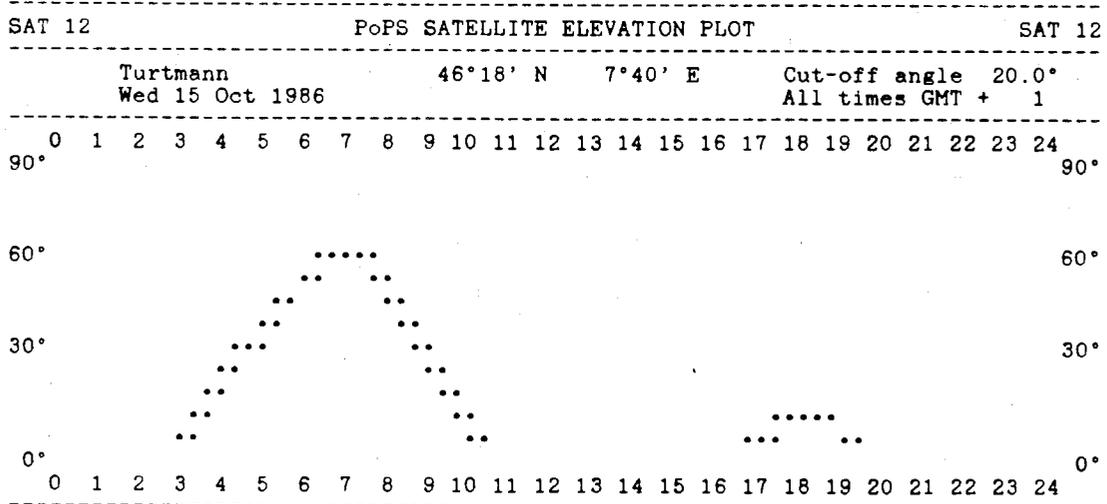
Elevation des Satelliten 11



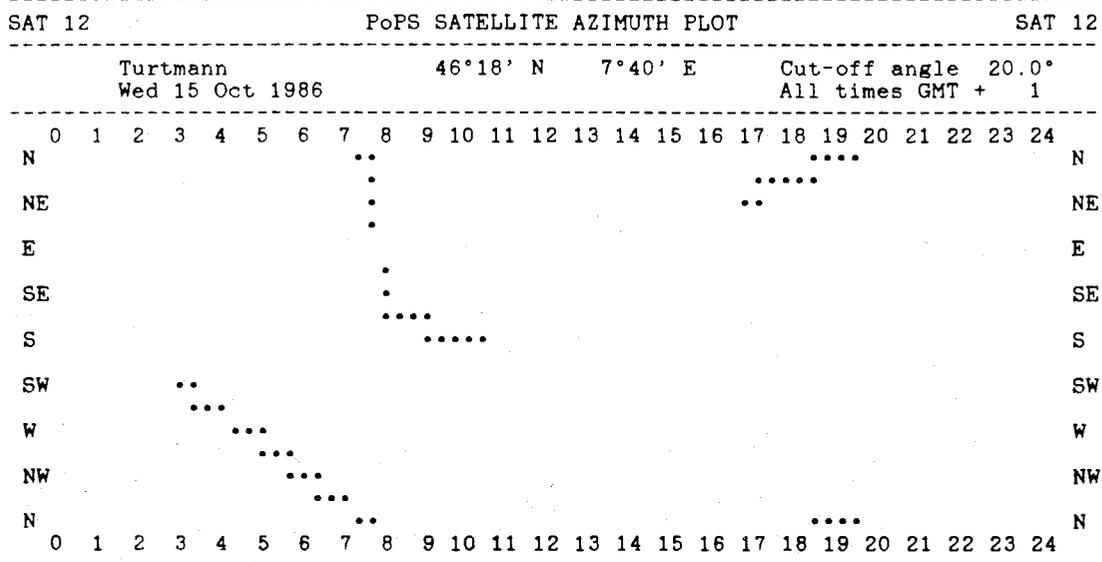
Azimut des Satelliten 11



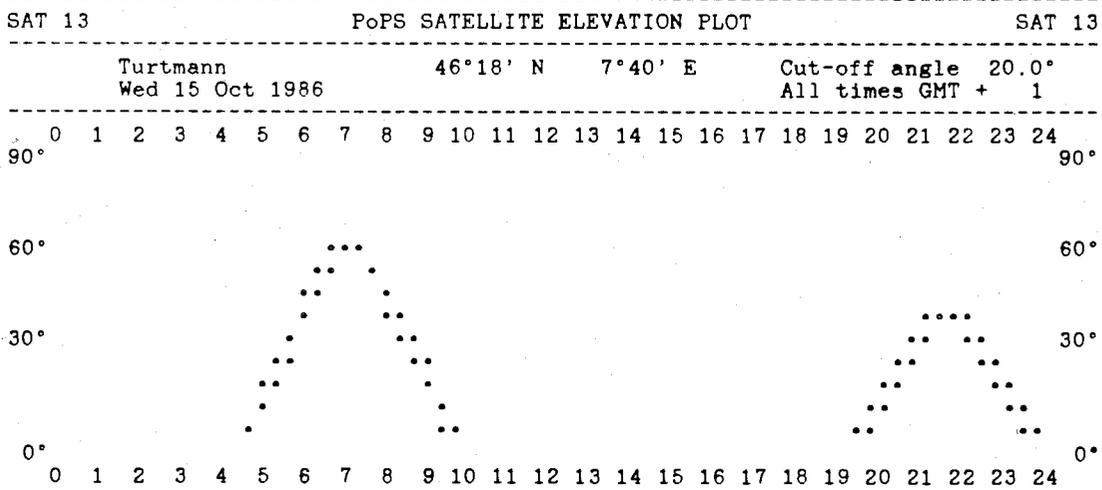
Elevation des Satelliten 12



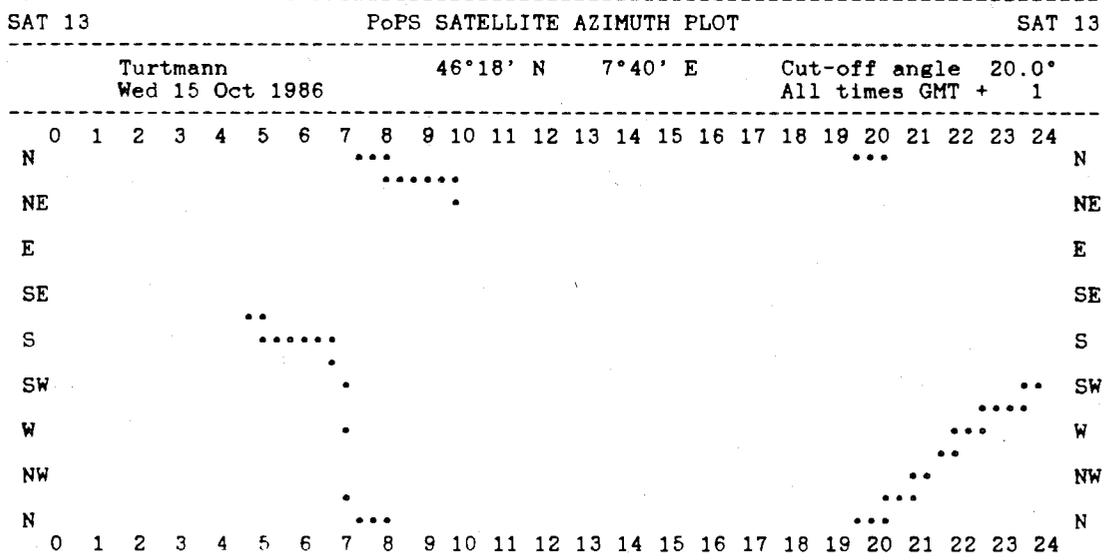
Azimut des Satelliten 12



Elevation des Satelliten 13



Azimut des Satelliten 13



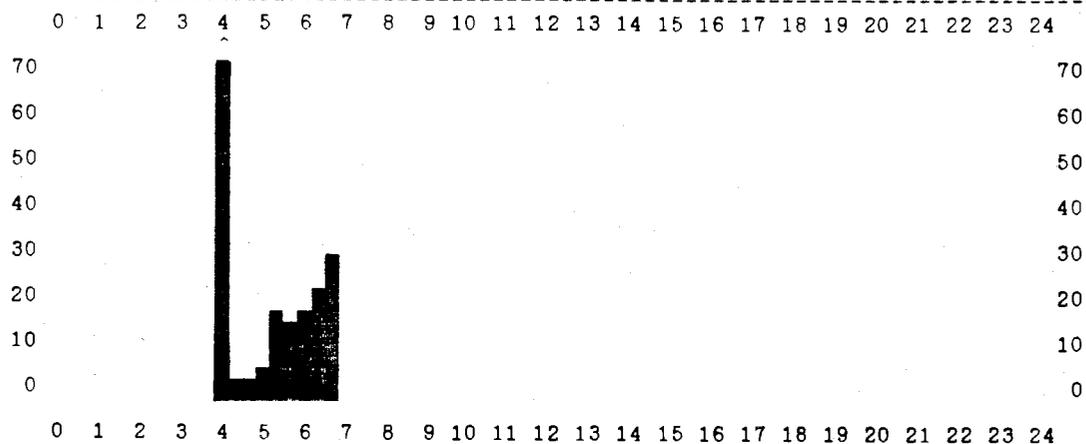
GDOP

PoPS GDOP PLOT

Turtmann
Wed 15 Oct 1986

46°18' N 7°40' E

Cut-off angle 20.0°
All times GMT + 1



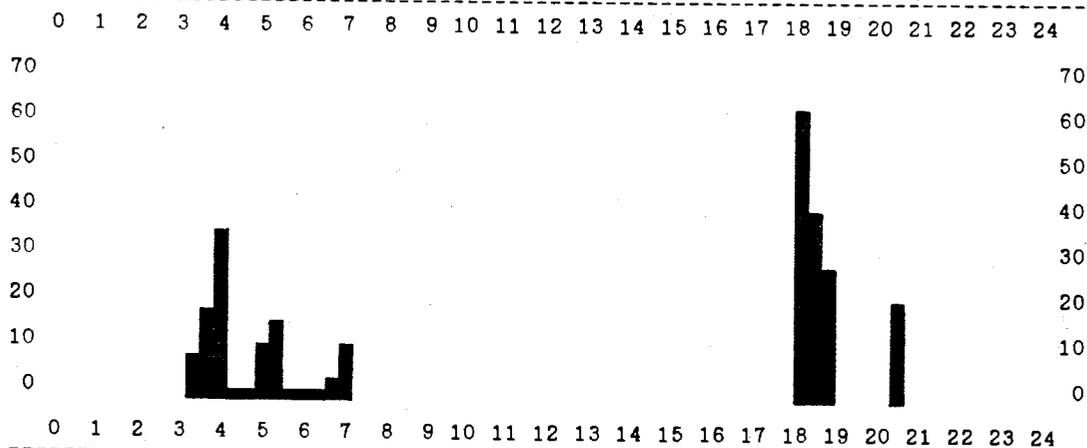
PDOP

PoPS PDOP PLOT

Turtmann
Wed 15 Oct 1986

46°18' N 7°40' E

Cut-off angle 20.0°
All times GMT + 1



4. AUSWERTUNG

4.1. Vorgehen

Die Auswertung wurde nach dem im Teil II beschriebenen Vorgehen durchgeführt. Es sei hier noch einmal kurz in einem Schema zusammengestellt.

I.	Data Transfer	Einlesen der Daten
II.	Preprocessing	Bereinigung der Daten
II.1.	Single-point-Lösung	Berechnung von : - Näherungskoordinaten - Uhrparameter
II.2.	Baseline definition (create single differences file)	Wahl der Basislinien
II.3.	Screen data	Reparieren der cycle slips Elimination von : - verrauschten Daten - groben Fehlern
III.	Computation	Berechnung des Netzes
III.1.	Network definition	- Auswahl der Basislinien die zu einem Netz zusammengehängt werden. - Wahl der Parameter - Einführen von statistischer Information zur Lagerung.
III.2.	Network computation	Berechnung
III.3.	Results	Koordinaten, Ambiguities, Residuen...

4.2. Rohdaten

In folgender Tabelle sind die **Filenamen** und die **zusätzlichen Informationen** zusammengestellt.

WILD Heerbrugg Switzerland		Date 07.11.86 Dept GTS-A Ref Rej-3305	Page 1
TURTMANN - ANTENNA HEIGHTS AND ADDITIONAL INFOS			

	14.10.86	15.10.86	16.10.86	17.10.86
1 BRUN 10				
File Name	TT14JB6.138	TT15JB6.104		
Field Operator	G. Hoar	J. Reiner		
Antenna No.	133	104		
Antenna Height	1.412 m	1.416 m		
Channel 1 Calibr.	32.8449 µs	35.2991 µs		
2 BRAE 20				
File Name	TT14JB6.143			TT17JB6.104
Field Operator	R. Scherrer			J. Reiner
Antenna No.	008			104
Antenna Height	1.584 m			1.590 m
Channel 1 Calibr.	37.9609 µs			35.2991 µs
3 JEI2 31		(*)		
File Name	TT14JB6.104	TT15JB6.143	TT16JB6.143	
Field Operator	J. Reiner	R. Scherrer	R. Scherrer	
Antenna No.	104	008	008	
Antenna Height	1.158 m	? 1.156 m (prev.)	1.154 m	
Channel 1 Calibr.	35.2991 µs	37.9609 µs	37.9609 µs	
4 ERGI 40				
File Name		TT15JB6.129	TT16JB6A.104	
Field Operator		F. Schneider	J. Reiner	
Antenna No.		103	104	
Antenna Height		1.926 m	1.929 m	
Channel 1 Calibr.		35.6899 µs	35.2991 µs	
5 DEMS 50				
File Name	TT14JB6.129		TT16JB6.138	
Field Operator	F. Schneider		G. Hoar	
Antenna No.	103		133	
Antenna Height	1.269 m		1.269 m	
Channel 1 Calibr.	35.6899 µs		32.8449 µs	

TURTMANN - ANTENNA HEIGHTS AND ADDITIONAL INFOS

	14.10.86	15.10.86	16.10.86	17.10.86
6 AGAR 61 File Name Field Operator Antenna No. Antenna Height Channel 1 Calibr.		TT15JB6.138 G. Hoar 133 1.282 m 32.8449 µs	TT16JB6.129 F. Schneider 103 1.283 m 35.6899 µs	
7 TURT 70 9 File Name Field Operator Antenna No. Antenna Height Channel 1 Calibr.				TT17JB6.138 G. Hoar 133 1.338 m 32.8449 µs
8 SUST 80 10 File Name Field Operator Antenna No. Antenna Height Channel 1 Calibr.				TT17JB6.143 R. Scherrer 008 0.763 m 37.9609 µs
9 TURT 71 7 File Name Field Operator Antenna No. Antenna Height Channel 1 Calibr.	TT14JB6.101 P. Fricker 128 1.314 m 39.2094 µs	TT15JB6.101 P. Fricker 128 1.314 m 39.2094 µs	TT16JB6.101 P. Fricker 128 1.314 m 39.2094 µs	TT17JB6.101 P. Fricker 128 1.314 m 39.2094 µs
10 SUST 81 8 File Name Field Operator Antenna No. Antenna Height Channel 1 Calibr.				TT17JB6.129 F. Schneider 022 (Spare) 2.069 m 35.6899 µs

(*) Die Antennenhöhe auf dem Punkt 3 am 15. Oktober fehlte, als mir die Daten ausgehändigt wurden. Ich habe daraufhin eine Höhe von 1.156 m angenommen, was einem Mittel aus den Antennenhöhen an den anderen Tagen entspricht. Nachträglich hat sich herausgestellt, dass dieser Wert gegenüber dem gemessenen Wert um 2 mm zu gross ist. Ich habe aber auf eine Berichtigung verzichtet, weil der vernachlässigbare Einfluss aufs Resultat den zusätzlichen Aufwand einer

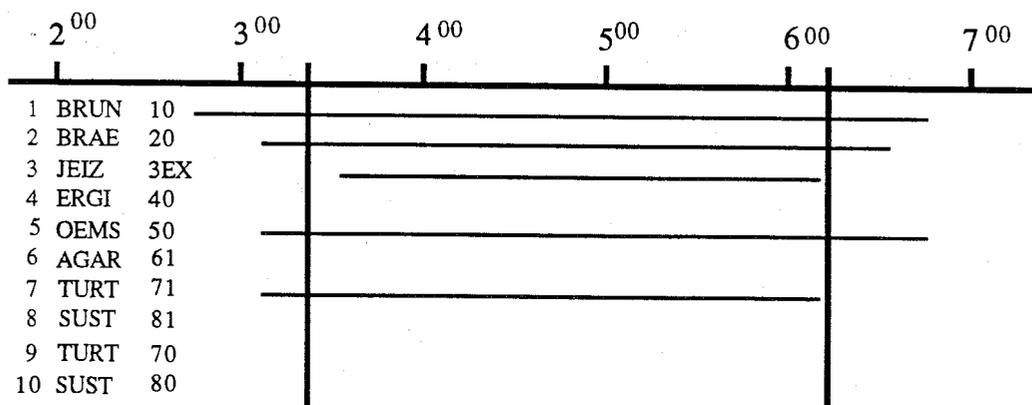
Neuauswertung nicht rechtfertigt. (Es sei hier noch angemerkt, dass eine schnelle Änderung dieses Wertes im Programm im Moment nicht möglich ist.)

Es wurden im ganzen 10 Punkte vermessen und im Programm den 10 Sites zugewiesen.

Site 1	-->	Brun 1.0	Site 6	-->	Agar 6.1
Site 2	-->	Brae 2.0	Site 7	-->	Turt 7.1
Site 3	-->	Jeiz 3.Ex	Site 8	-->	Sust 8.1
Site 4	-->	Ergi 4.0	Site 9	-->	Turt 7.0
Site 5	-->	Oems 5.0	Site 10	-->	Sust 8.0

4.3. Definition der Sessions

14. Oktober



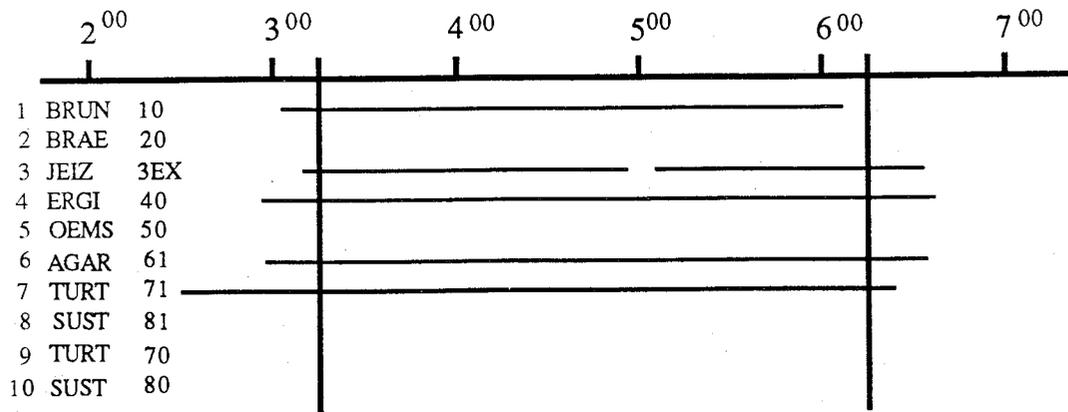
Einteilung in Sessions für den 14. Oktober :

2⁴⁹ - 3²¹ Session 1

3²¹ - 6¹² Session 5 (Hauptsession)

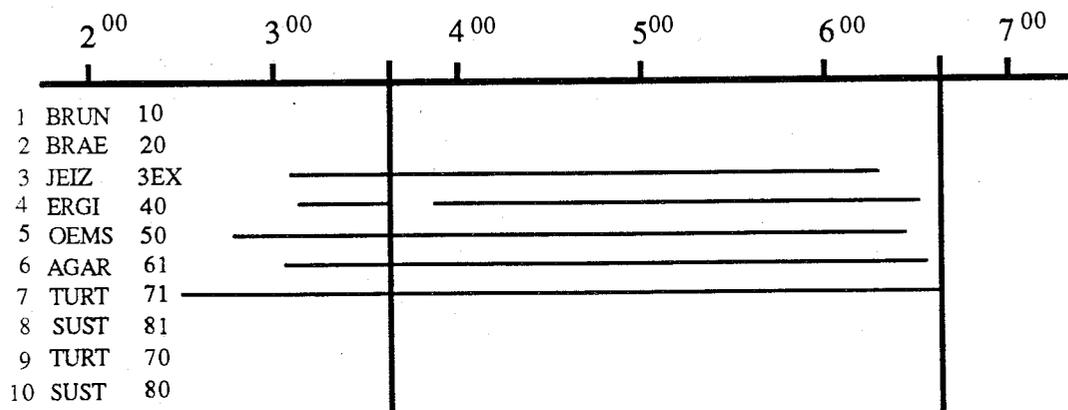
6¹² - 6³⁹ Session 6 (*)

(*) Die Nummerierung der Sessions erfolgt durch PoPS und hängt von der Reihenfolge ab, mit der die Daten eingelesen und die Begrenzungen der Sessions festgelegt werden. Insofern ist ihr keine Bedeutung beizumessen.

15. Oktober

Einteilung in Sessions für den 15. Oktober :

- 2³² - 3¹⁵ Session 2
- 3¹⁵ - 6¹⁵ Session 7 (Hauptsession)
- 6¹⁵ - 6³⁴ Session 8

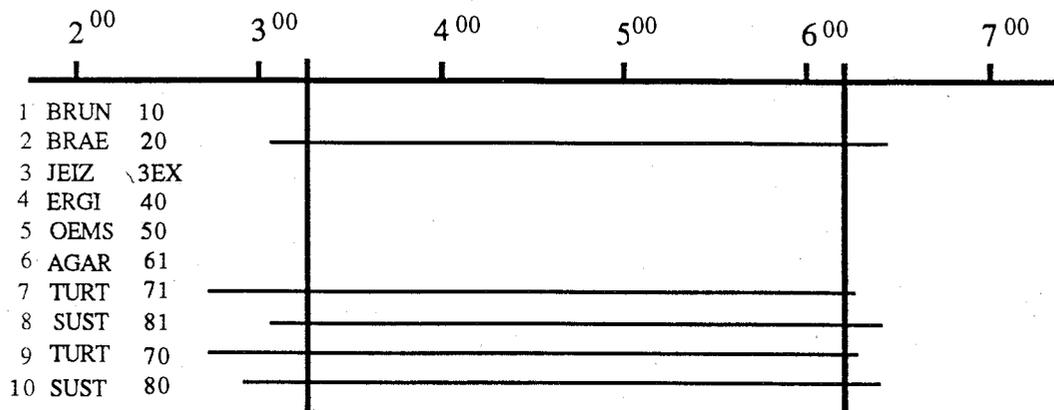
16. Oktober

Einteilung in Sessions für den 16. Oktober :

- 2³⁰ - 3³⁹ Session 3
- 3³⁹ - 6³⁶ Session 9 (Hauptsession)

(*) Mit den Messungen auf Punkt 4 war es nicht möglich, eine single-point-Lösung für die Hauptsession zu berechnen, falls diese Messungen vor dem Unterbruch enthielt. Da es nicht möglich war, diese Messungen nur beim Punkt 4 zu entfernen und eine single-point-Lösung unumgänglich ist, habe ich mich entschlossen, die Hauptsession erst nach diesem Unterbruch zu beginnen.

17. Oktober



Einteilung in Sessions für den 17. Oktober :

2 ⁴² - 3 ¹⁵	Session 4
3 ¹⁵ - 6 ¹²	Session 10 (Hauptsession)
6 ¹² - 6 ²⁶	Session 11

Im weiteren wurden nur mehr die Hauptsessions ausgewertet :

14. Oktober	Session 5 :	3 ²¹ - 6 ¹²	Dauer : 171 min
15. Oktober	Session 7 :	3 ¹⁵ - 6 ¹⁵	Dauer : 180 min
16. Oktober	Session 9 :	3 ³⁹ - 6 ³⁶	Dauer : 177 min
17. Oktober	Session 10 :	3 ¹⁵ - 6 ¹²	Dauer : 177 min

4.4. Single-point-Lösung

Für jeden Punkt und jede Hauptsession (im folgenden kurz Session genannt) wurde eine single-point-Lösung berechnet. Sowohl geozentrische Koordinaten in WGS-72 wie die 3 Uhrparameter wurden bestimmt. Folgende Parameter wurden jeweils gewählt :

FREQUENCY	: L1 FREQUENCY
EPHEMRIDES	: BROADCAST
COORDINATE ESTIMATION	: YES
NR. OF REC. CLK. MOD. PARAM.	: 3
IONOSPHERE MODEL	: SINGLE LAYER
TROPOSPHERE MODEL	: SAASTAMOINEN
SCREENING POLYNOM DEGREE	: MIN : 0 MAX : 3
MAX. ALLOWED EPOCH DIFFERENCE	: 180
A PRIORI CLOCK INFORMATION	: OFFSET : -600 DRIFT : 0
MINIMUM ELEVATION	: 20°

4.4.1. WGS-72 Koordinaten aus single-point-Lösung

Koordinaten (X, Y, Z) in [m] und RMS in [m].

site	Session 5 (14. Okt.)	Session 7 (15. Okt.)	Session 9 (16. Okt.)	Session 10 (17. Okt.)
1 X	4 374 492.2 2.0	4 374 495.6 3.0		
Y	588 824.4 1.0	588 813.1 1.0		
Z	4 590 129.5 1.8	4 590 123.4 2.0		
2 X	4 373 492.8 6.1			4 373 496.5 2.0
Y	590 739.0 2.9			590 746.0 1.0
Z	4 591 495.0 5.5			4 591 505.3 1.8
3 X	4 373 199.4 2.1	4 373 199.8 5.4	4 373 206.1 2.9	
Y	593 083.4 1.0	593 072.1 1.8	593 058.1 1.6	
Z	4 591 498.8 2.3	4 591 514.1 3.5	4 591 513.4 2.8	
4 X		4 375 508.9 4.5	4 375 494.7 1.5	
Y		593 021.8 2.1	593 003.7 0.9	
Z		4 588 797.9 4.1	4 588 780.1 1.7	
5 X	4 376 889.6 3.9		4 376 892.8 1.3	
Y	590 958.5 1.8		590 962.3 0.8	
Z	4 588 098.5 3.4		4 588 099.5 1.3	
6 X		4 377 334.1 1.6	4 377 320.1 1.6	
Y		587 782.3 0.8	587 783.6 0.9	
Z		4 588 206.5 1.5	4 588 206.3 1.6	
7 X	4 374 360.1 4.7	4 374 385.5 10.3	4 374 376.9 4.3	4 374 373.4 5.0
Y	591 476.1 1.8	591 489.1 5.0	591 479.4 2.4	591 497.4 2.5
Z	4 589 349.5 3.4	4 589 371.1 9.3	4 589 366.6 4.3	4 589 364.3 4.6
8 X				4 375 283.9 5.3
Y				587 409.9 2.6
Z				4 589 090.1 5.1
9 X				4 374 361.6 2.5
Y				591 472.1 1.2
Z				4 589 367.0 2.3
10 X				4 375 269.0 3.0
Y				587 439.7 1.5
Z				4 589 097.0 2.8

Bemerkungen:

Die angegebenen Werte für das RMS wurden vom Programm aus den Messwerten berechnet. Da die Messungen aber hoch korreliert sind, widerspiegeln diese Werte eher eine innere Genauigkeit, die von der Geometrie abhängt. Auffallend ist der Unterschied zwischen der

Genauigkeit der X-, und der Z-Koordinate einerseits und der Y-Koordinate andererseits. Dies wird durch die schlechtere Genauigkeit der Höhen- gegenüber der Lagebestimmung verursacht. Die X- und Z-Koordinaten sind höhenabhängig, im Gegensatz zur Y-Koordinate, die wegen der kleinen Länge ($\lambda \approx 8^\circ$) nur schwach von der Höhe abhängt.

Berechnung der mittleren Fehler der single-point-Lösungen

Die Sollkoordinaten (X_{DD}) werden der Gesamtausgleichung der Doppeldifferenzen entnommen. Da es sich dabei nur um eine Relativpositionierung handelt, wird noch ein Translationsvektor eingeführt. Eine mögliche Rotation wird nicht berücksichtigt, da ihr Einfluss vernachlässigbar ist: die Erfahrung zeigt, dass bei solchen Drehungen die Winkel kleiner als 10° . (Auf 7 km entspricht eine Winkeländerung von 10° einer Verschiebung von 10 cm).

Damit ergibt sich folgender Ansatz: $X = X_{DD} + T$ und $T = X - X_{DD}$

T wird über alle Beobachtungen gemittelt. Die Verbesserungen an den Koordinaten entsprechen den Verbesserungen an T und berechnen sich aus: $v_i = T_i - T_{\text{Mittel}}$. Die Berechnung wird für jede Koordinate getrennt durchgeführt. Aus den Verbesserungen berechnen sich die mittleren Fehler der Koordinaten der single-point-Lösung wie folgt:

$$m_x = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} \quad \text{mit } n = 20 \quad (\text{z.B. für die X-Koordinate}).$$

site	X_{DD}	T				T_{Mittel}	v			
		S 5	S 7	S 9	S 10		S 5	S 7	S 9	S 10
1 X	4 374 500.6	-8.4	-5.0			-9.7	1.3	4.7		
Y	588 805.3	19.1	7.8			8.6	10.5	-0.8		
Z	4 590 127.3	2.2	-3.9			-6.1	8.3	2.2		
2 X	4 373 506.4	-13.6			-9.9		-3.9			-0.2
Y	590 732.4	6.6			13.6		-2.0			5.0
Z	4 591 510.8	-15.8			-5.5		-9.7			0.6
3 X	4 373 206.6	-7.2	-6.8	-0.5			2.5	2.9	9.2	
Y	593 065.5	17.9	6.6	-7.4			9.3	-2.0	-16.0	
Z	4 591 523.2	-24.4	-9.1	-9.8			-18.3	-3.0	-3.7	
4 X	4 375 516.7		-7.8	-22.0				1.9	-12.3	
Y	593 011.4		10.4	-7.7				1.8	-16.3	
Z	4 588 797.3		0.6	-17.2				6.7	-11.1	

site	X	T				T _{Mittel}	v			
		S 5	S 7	S 9	S 10		S 5	S 7	S 9	S 10
5 X	4 376 897.2	-7.6		-4.4			2.1		5.3	
Y	590 946.5	12.0		15.8			3.4		7.2	
Z	4 588 105.5	-7.0		-6.0			-0.9		0.1	
6 X	4 377 342.2		-8.1	-22.1				1.6	-12.4	
Y	587 779.3		3.0	4.3				-5.6	-4.3	
Z	4 588 208.8		-2.3	-2.5				3.8	3.6	
7 X	4 374 379.0	-18.9	6.5	-2.1	-5.6		-9.2	16.2	7.6	4.1
Y	591475.0	1.1	14.1	4.4	22.4		-7.5	5.5	-4.2	13.8
Z	4 589 367.0	-17.5	4.1	-0.4	-2.7		-11.4	10.2	5.7	3.4
8 X	4 375 299.6				-15.7					-6.0
Y	587 407.5				2.4					-6.2
Z	4 589 089.8				0.3					6.4
9 X	4 374 376.0				-14.4					-4.7
Y	591 464.6				7.5					-1.1
Z	4 589 371.1				-4.1					2.0
10 X	4 375 290.2				-21.2					-11.5
Y	587 420.9				18.8					10.2
Z	4 589 097.0				0.0					6.1

Für die mittleren Fehler erhält man folgende Werte:

$$m_x = 7.5 \text{ m}$$

$$m_y = 8.3 \text{ m}$$

$$m_z = 7.5 \text{ m}$$

Schlussfolgerung : Die so berechneten mittleren Fehler zeigen, dass man in der single-point-Lösung mit einer Genauigkeit von 7-10 m rechnen muss. Sie sind somit um einen Faktor 2- 3 mal grösser als die aus der Ausgleichung erhaltenen Werte für RMS.

4.4.2. Uhrparameter aus single-point-Lösung

In der folgenden Tabelle sind die berechneten Uhrparameter (Offset, Drift und Frequenzdrift) und deren RMS aufgelistet :

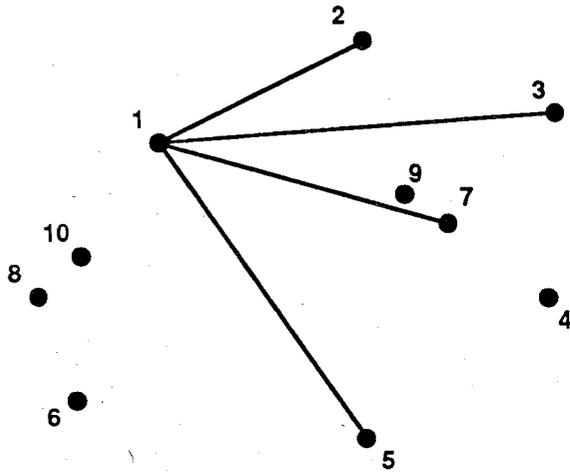
Empf.-nummer	Session 5		Session 7		Session 9		Session 10	
101	Punkt 7		Punkt 7		Punkt 7		Punkt 7	
O	-0.52240	1.2	-0.55721	3.2	-0.56360	1.5	-0.61465	1.6
D	-0.17151	0.31	-0.17202	0.82	-0.02361	0.34	-0.02156	0.40
FD	0.01923	0.32	0.07430	0.76	1.5413	0.32	1.1906	0.37
104	Punkt 3		Punkt 1		Punkt 4		Punkt 2	
O	-0.66873	0.76	-0.49166	0.68	-0.54262	0.59	-0.57579	0.62
D	-0.20146	0.20	-0.20097	0.18	-0.20041	0.13	-0.20068	0.16
FD	0.44728	0.22	0.36725	0.18	0.18967	0.14	0.24743	0.15
129	Punkt 5		Punkt 4		Punkt 6		Punkt 8	
O	-0.56179	1.2	-0.62128	1.4	-0.64632	0.56	-0.48801	1.7
D	-0.15897	0.32	-0.15835	0.36	-0.15752	0.13	-0.15833	0.43
FD	0.41056	0.31	0.26134	0.33	0.14772	0.13	0.20630	0.40
138	Punkt 1		Punkt 6		Punkt 5		Punkt 9	
O	-0.52820	0.63	-0.51762	0.53	-0.68030	0.45	-0.69417	0.79
D	-0.14977	0.17	-0.14949	0.13	-0.14917	0.11	-0.14905	0.20
FD	0.29926	0.16	0.20592	0.12	0.16098	0.11	0.14212	0.19
143	Punkt 2		Punkt 3		Punkt 3		Punkt 10	
O	-0.57137	1.9	-0.59081	1.3	-0.55954	0.99	-0.63332	0.97
D	0.04058	0.51	0.04063	0.57	0.04032	0.26	0.04122	0.24
FD	-0.46360	0.49	-0.63001	0.92	-0.21443	0.27	-0.26179	0.23

mit O: Offset in 10^{-1} [sec] und RMS in 10^{-8} [sec]
 D: Drift in 10^{-6} [sec/sec] und RMS in 10^{-11} [sec/sec]
 FD: Freq. drift in 10^{-13} [sec/sec²] und RMS in 10^{-15} [sec/sec²]

Bemerkung: Diese Werte wurden bei der Auswertung der Doppeldifferenzen benutzt, d.h., sie wurden als bekannt angenommen und entfallen somit als Unbekannte in der Ausgleichung. Der Oszillator des Empfängers 101 wurde zwischen der Session 7 und 9 ausgewechselt, wie man an den Werten des Frequenz-Offset, der dem Drift der Uhr entspricht, ersieht, da dieser Wert während den vier Tagen recht konstant bleibt.

4.5. Aufbereitung und Auswertung der Session 5 (14 Oktober)

4.5.1. Definition der Basislinien der Session 5



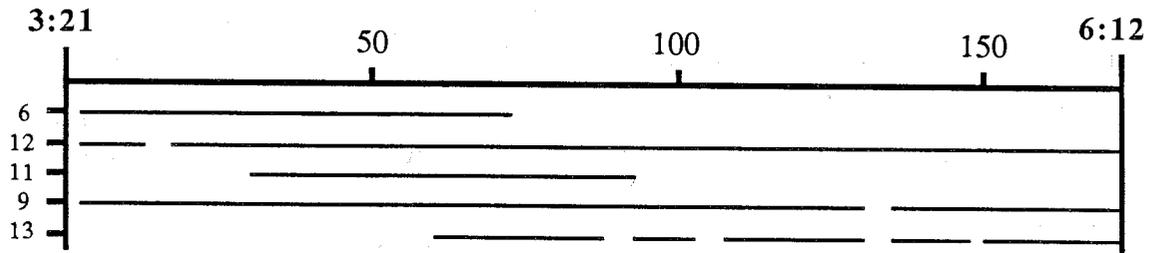
Basislinien der Session 5 :

- I. 1 - 2 (2600 m)
- II. 1 - 3 (4700 m)
- III. 1 - 5 (3800 m)
- IV. 1 - 7 (2800 m).

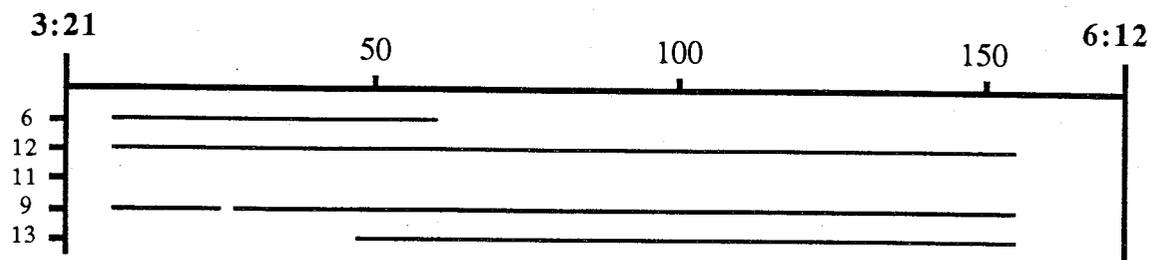
4.5.2. Data screening der Session 5

Das Data screening wurde mit einem Polynom 2-ten Grades durchgeführt und nach Elimination der verrauschten Daten wurden noch folgende Messungen berücksichtigt.

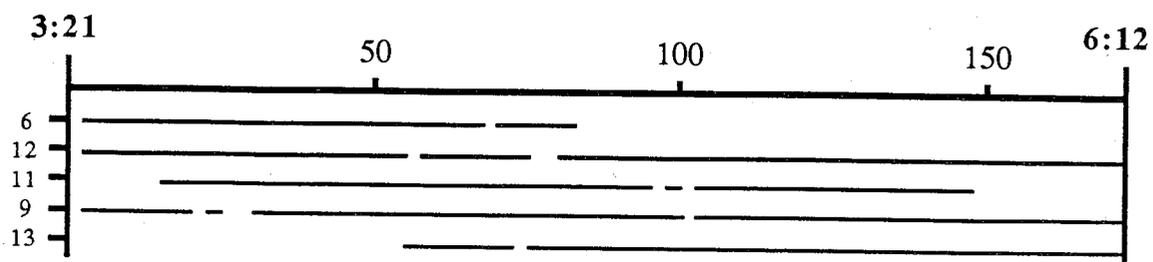
Basislinie I. (1 - 2) RMS der Approximation : 0.03 cycle



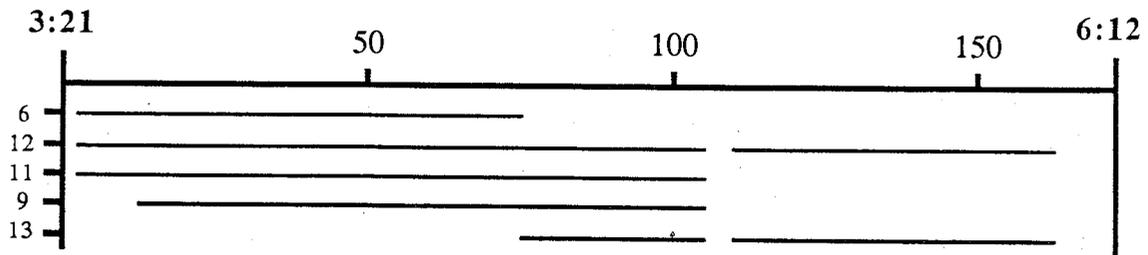
Basislinie II. (1 - 3) RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie III. (1 - 5) RMS der Approximation : 0.03 cycle



Basislinie IV. (1 - 7) RMS der Approximation : 0.03 cycle



4.5.3. Resultate der Session 5

Kontrollparameter

1	: A priori sigma	:	6 [mm]
2	: Minimum elevation	:	20 [°]
3	: Troposphere model	:	Saastamoinen
4	: Meteo values used from	:	atmosph. model
5	: Ionosphere model	:	single layer
6	: Ephemerides	:	broadcast
7	: Resolve ambiguities	:	yes
8	: Use ambig. of prev. solutions	:	no
9	: Mathematical correlations	:	single --> double
10	: Compute/display residuals	:	in meters

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen	:	1489
Anzahl Parameter	:	27
Anzahl Mehrdeutigkeiten	:	15 (alle gelöst)

RMS einer Doppeldifferenz : 6 mm

Schätzung der Ambiguities (nach dem ersten Iterationsschritt).

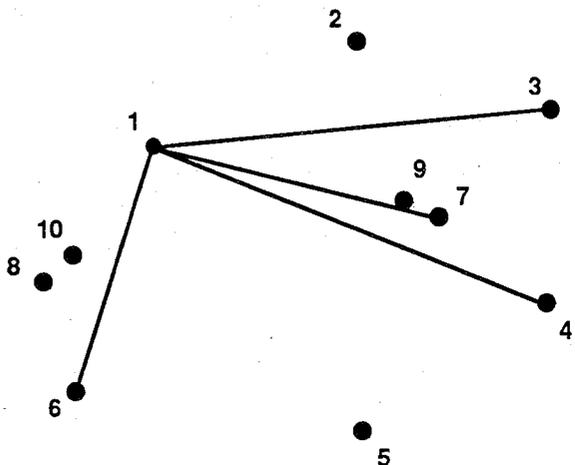
Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS	Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS
I	6	9	-1.06	0.02	III	6	12	-0.01	0.03
I	12	9	-0.95	0.01	III	11	12	-249.00	0.02
I	11	9	817.96	0.01	III	9	12	0.00	0.01
I	13	9	764.05	0.02	III	13	12	-228.96	0.00
II	6	12	-0.13	0.04	IV	6	12	-0.05	0.04
II	9	12	-0.04	0.02	IV	11	12	-0.04	0.04
II	13	12	9.04	0.01	IV	9	12	153.99	0.02
					IV	13	12	93.97	0.01

Ausgeglichene Koordinaten

	X	rms(X)	Y	rms(Y)	Z	rms(Z)
Fixpkt 7 :	4 374 379.000	0.000	591 475.000	0.000	4 589 367.000	0.000
Neupkt 1 :	4 374 500.549	0.001	588 805.284	0.000	4 590 127.282	0.001
Neupkt 2 :	4 373 506.413	0.002	590 732.418	0.001	4 591 510.812	0.001
Neupkt 3 :	4 373 206.610	0.002	593 065.490	0.001	4 591 523.202	0.001
Neupkt 5 :	4 376 897.180	0.002	590 946.521	0.001	4 588 105.458	0.001

4.6. Aufbereitung und Auswertung der Session 7 (15 Oktober)

4.6.1. Definition der Basislinien der Session 7



Basislinien der Session 7 :

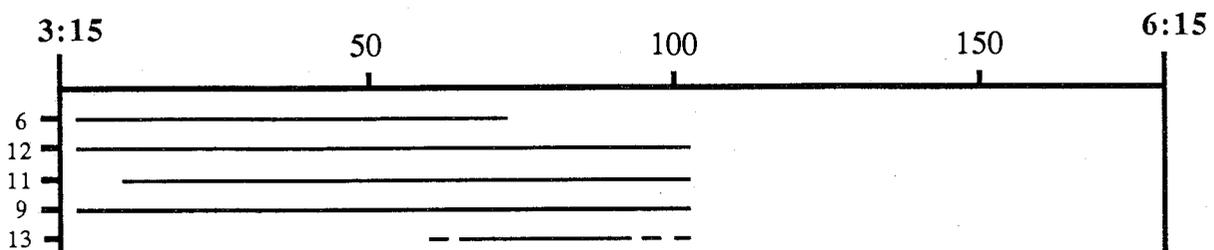
- I. 1 - 3 (4700 m)
- II. 1 - 4 (4500 m)
- III. 1 - 6 (3600 m)
- IV. 1 - 7 (2800 m).

4.6.2. Data screening der Session 7

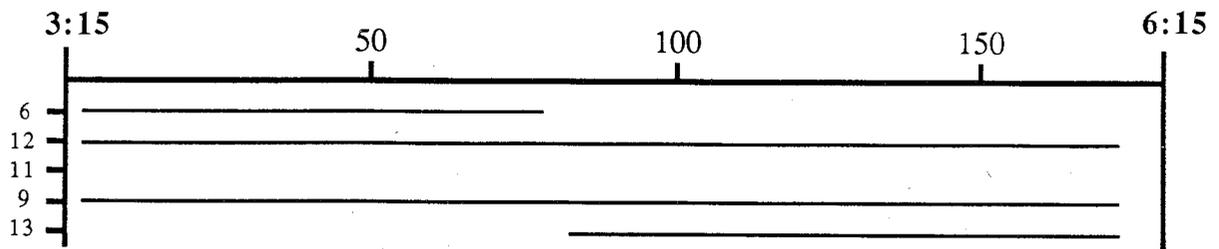
Das Data screening wurde mit einem Polynom 2-ten Grades durchgeführt und nach Elimination der verrauschten Daten wurden noch folgende Messungen berücksichtigt.

Basislinie I. (1 - 3)

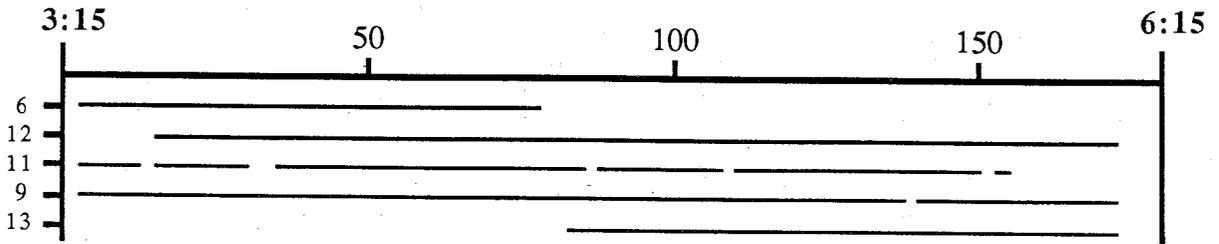
RMS der Approximation : 0.04 cycle



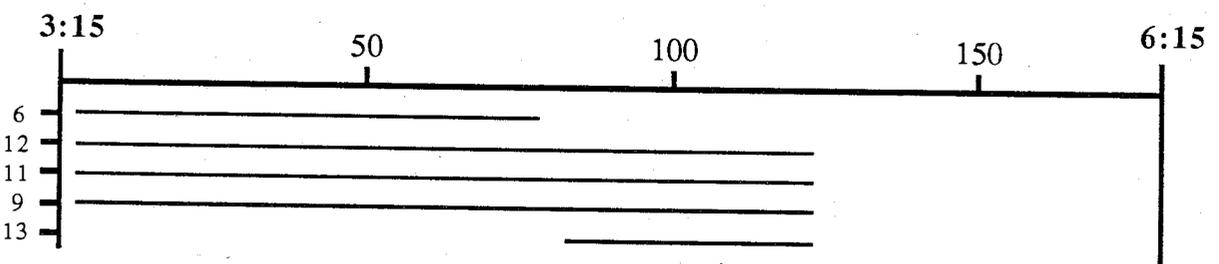
Basislinie II. (1 - 4) RMS der Approximation : 0.03 cycle



Basislinie III. (1 - 6) RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie IV. (1 - 7) RMS der Approximation : 0.04 cycle



4.6.3. Resultate der Session 7

Kontrollparameter

1	: A priori sigma	: 6 [mm]
2	: Minimum elevation	: 20 [°]
3	: Troposphere model	: Saastamoinen
4	: Meteo values used from	: atmosph. model
5	: Ionosphere model	: single layer
6	: Ephemerides	: broadcast
7	: Resolve ambiguities	: yes
8	: Use ambig. of prev. solutions	: no
9	: Mathematical correlations	: single --> double
10	: Compute/display residuals	: in meters

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen	:	1451
Anzahl Parameter	:	27
Anzahl Mehrdeutigkeiten	:	15 (alle gelöst)
RMS einer Doppeldifferenz	:	6 mm

Schätzung der Ambiguities (nach erstem Iterationsschritt).

Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS	Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS
I	6	12	-0.26	0.05	III	6	9	-0.03	0.02
I	11	12	277.80	0.04	III	12	9	16.00	0.01
I	9	12	-0.07	0.02	III	11	9	-0.04	0.01
I	13	12	344.06	0.02	III	13	9	-0.98	0.01
II	6	9	-0.11	0.02	IV	6	12	-0.12	0.04
II	12	9	0.06	0.02	IV	11	12	-0.10	0.03
II	13	9	-334.89	0.02	IV	9	12	-0.02	0.02
					IV	13	12	225.02	0.01

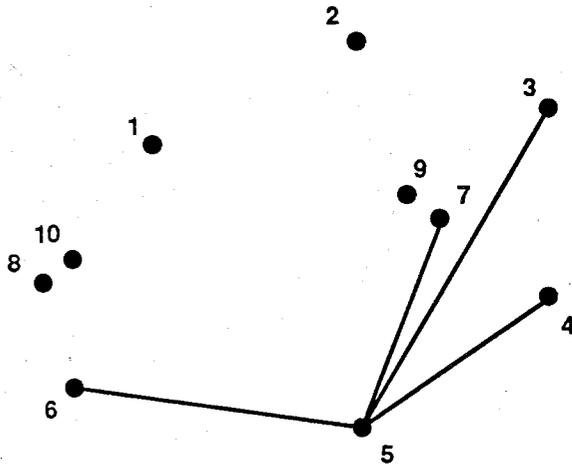
Ausgeglichene Koordinaten

	X	rms(X)	Y	rms(Y)	Z	rms(Z)
Fixpkt 7 :	4 374 379.000	0.000	591 475.000	0.000	4 589 367.000	0.000
Neupkt 1 :	4 374 500.558	0.001	588 805.287	0.000	4 590 127.287	0.001
Neupkt 3 :	4 373 206.621	0.002	593 065.497	0.001	4 591 523.201	0.001
Neupkt 4 :	4 375 516.714	0.002	593 011.348	0.001	4 588 797.338	0.001
Neupkt 6 :	4 377 342.197	0.002	587 779.266	0.001	4 588 208.805	0.001

4.7. Aufbereitung und Auswertung der Session 9 (16 Oktober)

Für die Session 9 habe ich zwei Varianten erarbeitet, weil das Resultat der ersten nicht befriedigend war.

4.7.1. Definition der Basislinien der Session 9 (Version 1)



Basislinien der Session 9 :

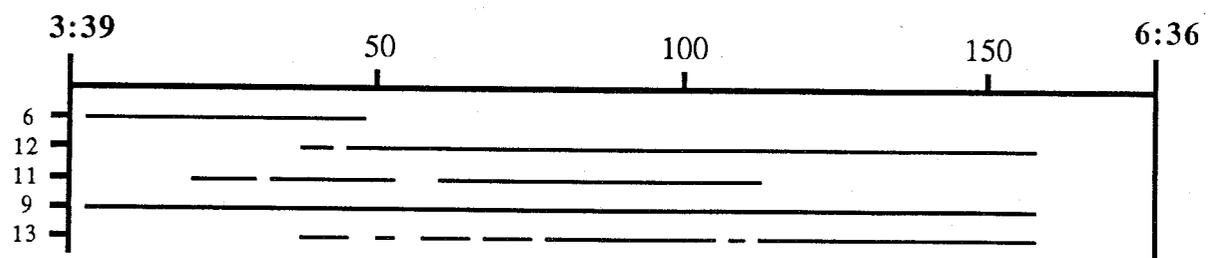
- I. 5 - 3 (5500 m)
- II. 5 - 4 (2600 m)
- III. 5 - 6 (3200 m)
- IV. 5 - 7 (2700 m).

4.7.2. Data screening der Session 9 (Version 1)

Das Data screening wurde mit einem Polynom 2-ten Grades durchgeführt und nach Elimination der verrauschten Daten wurden noch folgende Messungen berücksichtigt.

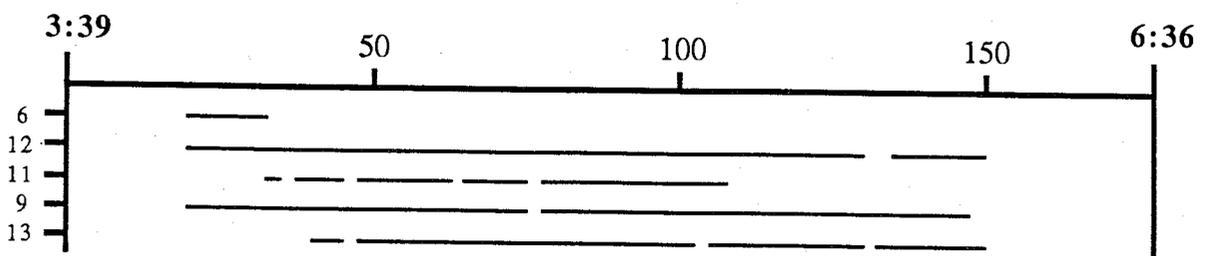
Basislinie I. (5 - 3)

RMS der Approximation : 0.05 cycle

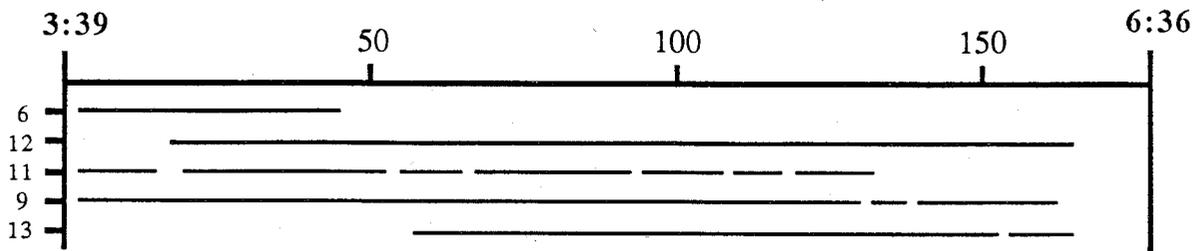


Basislinie II. (5 - 4)

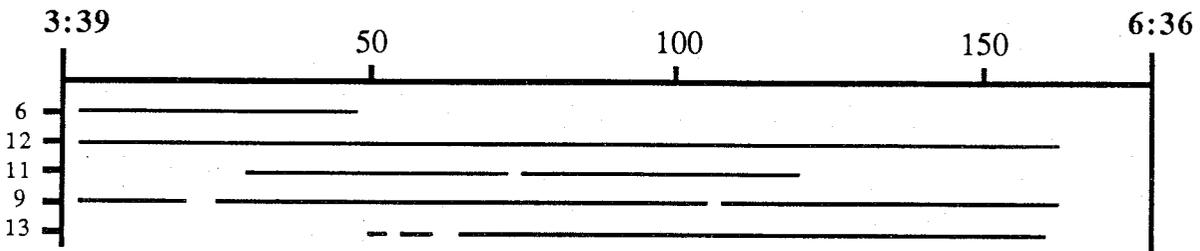
RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie III. (5 - 6) RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie IV. (5 - 7) RMS der Approximation : 0.04 cycle



4.7.3. Resultate der Session 9 (Version 1)

Kontrollparameter

1	: A priori sigma	: 6 [mm]
2	: Minimum elevation	: 20 [°]
3	: Troposphere model	: Saastamoinen
4	: Meteo values used from	: atmosph. model
5	: Ionosphere model	: single layer
6	: Ephemerides	: broadcast
7	: Resolve ambiguities	: yes
8	: Use ambig. of prev. solutions	: no
9	: Mathematical correlations	: single --> double
10	: Compute/display residuals	: in meters

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen : 1419
 Anzahl Parameter : 28
 Anzahl Mehrdeutigkeiten : 16 (alle gelöst)

RMS einer Doppeldifferenz : 7 mm

Schätzung der Ambiguities

Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS	Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS
I	6	9	0.23	0.02 *	III	6	9	-0.17	0.02
I	12	9	-277.18	0.02	III	12	9	-40.87	0.02
I	11	9	-212.85	0.01	III	11	9	-0.11	0.02
I	13	9	-283.15	0.02	III	13	9	-8.89	0.02
II	6	12	-1.58	0.06 *	IV	6	12	-0.46	0.05 *
II	11	12	2.29	0.04 *	IV	11	12	-258.36	0.04 *
II	9	12	-1.80	0.03	IV	9	12	-0.20	0.02 *
II	13	12	-3.94	0.01	IV	13	12	-285.00	0.01

Bemerkungen :

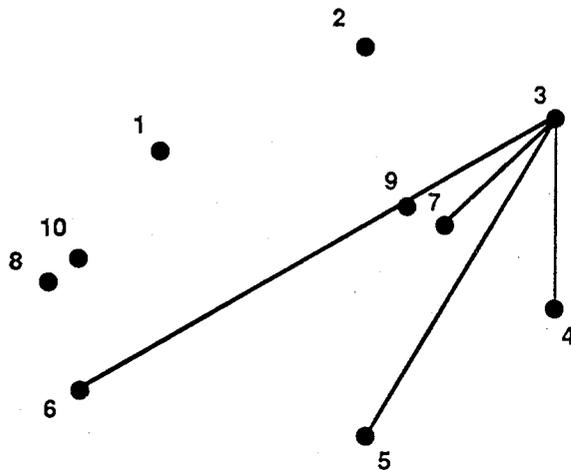
Die Werte für die Ambiguities weichen im Vergleich mit den Resultaten der anderen Sessions stark von ganzen Zahlen ab. Obwohl es dem Programm iterativ gelingt, alle Mehrdeutigkeiten aufzulösen, ist das Resultat nicht vertrauenswürdig.

Bei genauer Betrachtung stellt man fest, dass alle Ambiguities schlecht, einige sehr schlecht, sind. Dies liegt nicht an einem einzelnen Satelliten, sondern an den Messungen auf dem Punkt 5, der als Referenzpunkt alle Differenzen beeinflusst. Bei der zweiten Version wurde der Referenzpunkt 5 durch den Punkt 3 ersetzt, was auch einen positiven Einfluss auf das Data screening hat.

Ausgeglichene Koordinaten

	X	rms(X)	Y	rms(Y)	Z	rms(Z)
Fixpkt 7 :	4 374 379.000	0.000	591 475.000	0.000	4 589 367.000	0.000
Neupkt 3 :	4 373 206.625	0.002	593 065.490	0.001	4 591 523.201	0.002
Neupkt 5 :	4 376 897.192	0.001	590 946.521	0.001	4 588 105.440	0.001
Neupkt 4 :	4 375 516.725	0.002	593 011.353	0.001	4 588 797.345	0.002
Neupkt 6 :	4 377 342.199	0.002	587 779.263	0.001	4 588 208.779	0.002

4.7.4. Definition der Basislinien der Session 9 (Version 2)



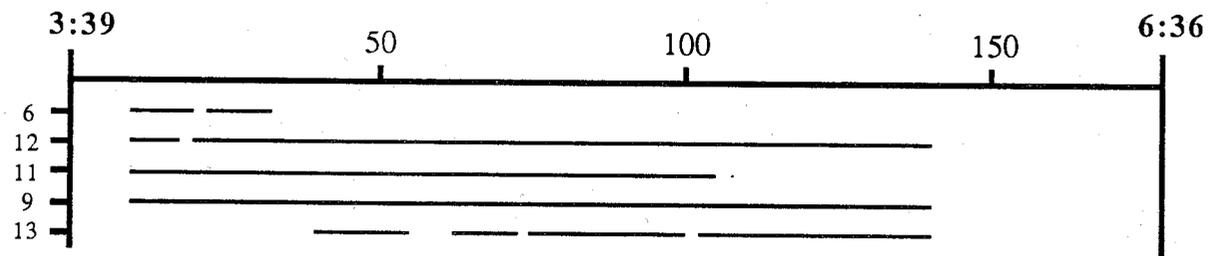
Basislinien der Session 9 :

- I. 3 - 4 (3600 m)
- II. 3 - 5 (5500 m)
- III. 3 - 6 (7500 m)
- IV. 3 - 7 (2900 m)

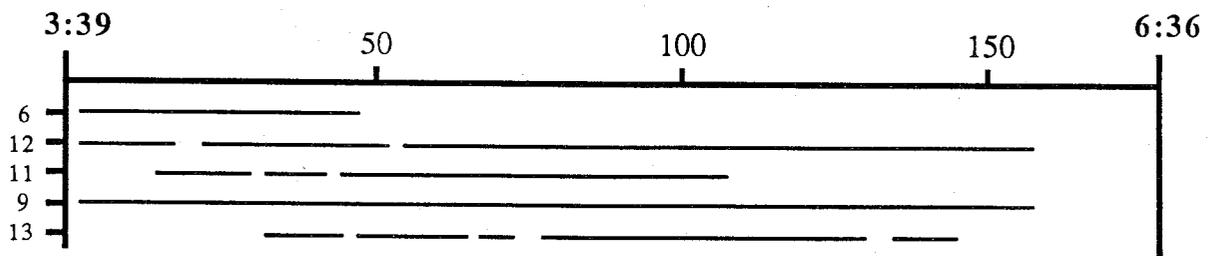
4.7.5. Data screening der Session 9 (Version 2)

Das Data screening wurde mit einem Polynom 2-ten Grades durchgeführt und nach Elimination der verrauschten Daten wurden noch folgende Messungen berücksichtigt.

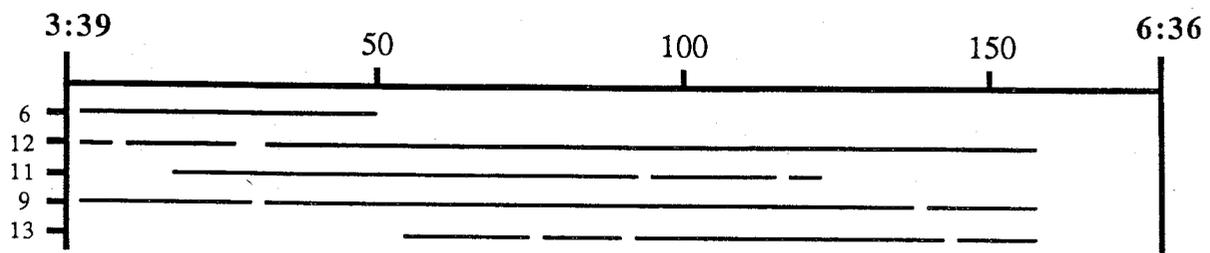
Basislinie I. (3 - 4) RMS der Approximation : 0.03 cycle

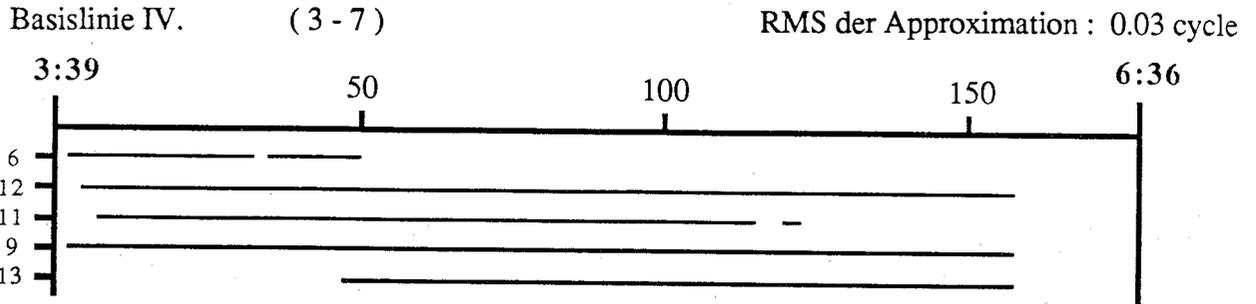


Basislinie II. (3 - 5) RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie III. (3 - 6) RMS der Approximation : 0.05 cycle





4.7.6. Resultate der Session 9 (Version 2)

Kontrollparameter

1	: A priori sigma	:	6 [mm]
2	: Minimum elevation	:	20 [°]
3	: Troposphere model	:	Saastamoinen
4	: Meteo values used from	:	atmosph. model
5	: Ionosphere model	:	single layer
6	: Ephemerides	:	broadcast
7	: Resolve ambiguities	:	yes
8	: Use ambig. of prev. solutions	:	no
9	: Mathematical correlations	:	single --> double
10	: Compute/display residuals	:	in meters

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen	:	1486
Anzahl Parameter	:	28
Anzahl Mehrdeutigkeiten	:	16 (alle gelöst)

RMS einer Doppeldifferenz : 8 mm

Schätzung der Ambiguities

Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS	Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS
I	6	9	0.09	0.03	III	6	9	0.06	0.03
I	12	9	-0.07	0.03	III	12	9	-0.06	0.02
I	11	9	0.10	0.02	III	11	9	-166.95	0.02
I	13	9	88.93	0.02	III	13	9	-77.05	0.02
II	6	9	0.26	0.03 *	IV	6	9	0.02	0.03
II	12	9	-0.22	0.02 *	IV	12	9	-83.04	0.02
II	11	9	-126.82	0.02 *	IV	11	9	-131.97	0.02
II	13	9	-136.19	0.02 *	IV	13	9	-403.99	0.02

Bemerkung:

Auch hier treten wieder schlechte Werte für die Ambiguities in der Basislinie, die vom Punkt 5 abhängt, auf. Die Messungen dieser Session auf dem Punkt 5 wurden deshalb in der Gesamtausgleichung nicht berücksichtigt. Die Basislinie 3 - 5 der Session 9 wurde weggelassen.

Ausgegliche Koordinaten

	X	rms(X)	Y	rms(Y)	Z	rms(Z)
Fixpkt 7 :	4 374 379.000	0.000	591 475.000	0.000	4 589 367.000	0.000
Neupkt 3 :	4 373 206.625	0.001	593 065.494	0.001	4 591 523.205	0.001
Neupkt 5 :	4 376 897.187	0.002	590 946.520	0.001	4 588 105.440	0.002
Neupkt 4 :	4 375 516.727	0.002	593 011.357	0.001	4 588 797.348	0.002
Neupkt 6 :	4 377 342.200	0.002	587 779.263	0.001	4 588 208.779	0.002

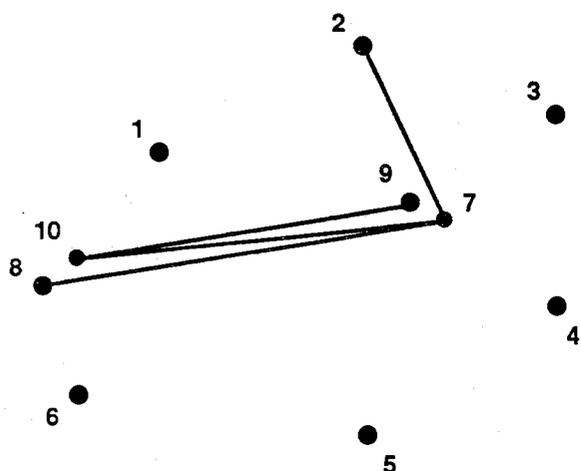
4.7.7. Vergleich der Resultate der Versionen 1 und 2

Die beiden Versionen sind aus dem gleichen Datenmaterial und mit denselben Kontrollparameter berechnet. Die einzigen Unterschiede bestehen in einer unterschiedlichen Basisliniendefinition und einem unterschiedlichen Data screening. Da beide Versionen auf Punkt 7 gelagert sind, können die Koordinaten direkt verglichen werden :

	ΔX in [mm]	ΔY in [mm]	ΔZ in [mm]
Neupkt 3 :	0	4	4
Neupkt 4 :	2	4	3
Neupkt 5 :	-5	-1	0
Neupkt 6 :	1	0	0

4.8. Aufbereitung und Auswertung der Session 10 (17 Oktober)

4.8.1. Definition der Basislinien der Session 10



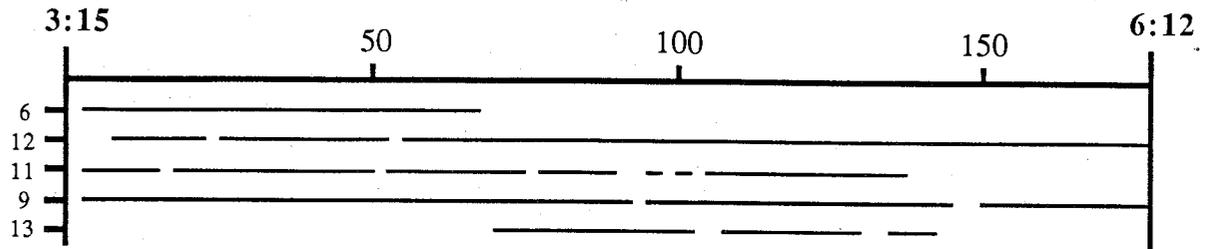
Basislinien der Session 10 :

- I. 7 - 2 (2400 m)
- II. 7 - 8 (4200 m)
- III. 7 - 10 (4200 m)
- IV. 9 - 10 (4200 m)

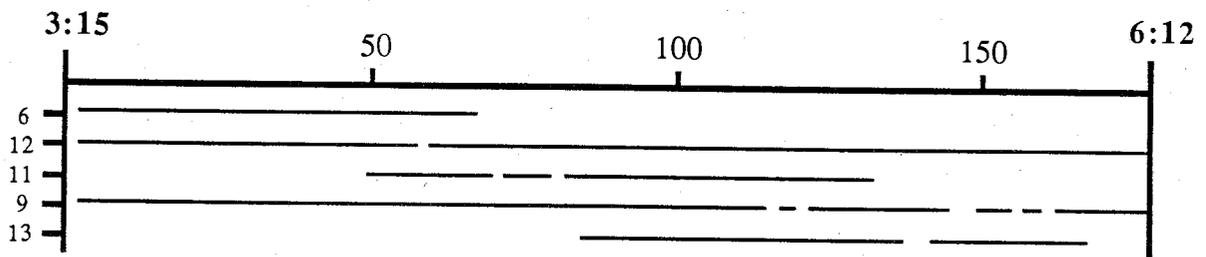
4.8.2. Data screening der Session 10

Das Data screening wurde mit einem Polynom 2-ten Grades durchgeführt und nach Elimination der verrauschten Daten wurden noch folgende Messungen berücksichtigt.

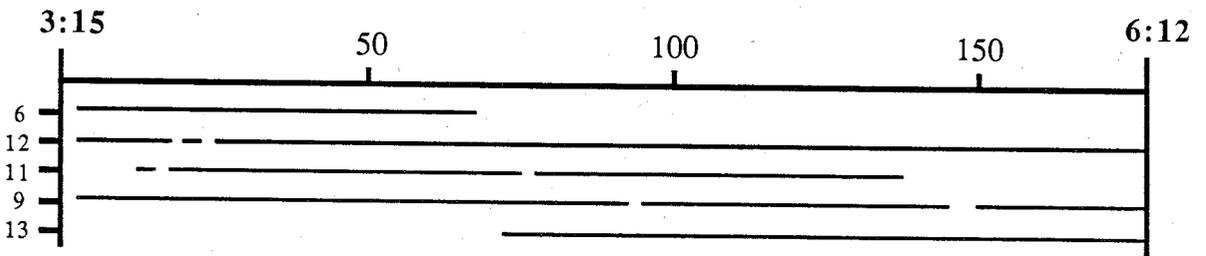
Basislinie I. (7 - 2) RMS der Approximation : 0.04 cycle



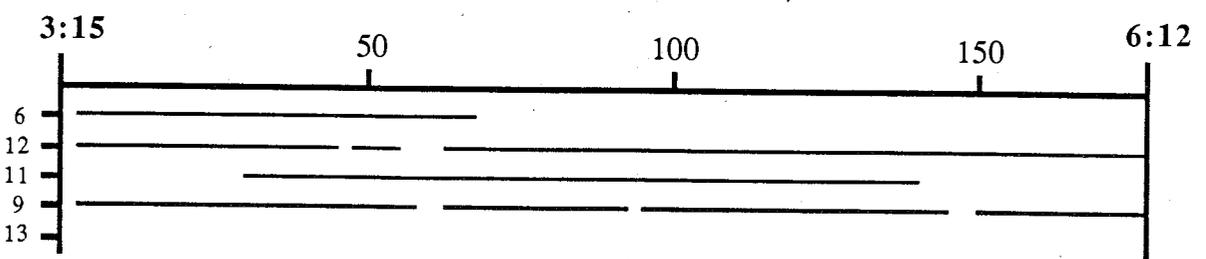
Basislinie II. (7 - 8) RMS der Approximation : 0.04 cycle



Basislinie III. (7 - 10) RMS der Approximation : 0.03 cycle



Basislinie IV. (9 - 10) RMS der Approximation : 0.04 cycle



4.8.3. Resultate der Session 10

Kontrollparameter

1	:	A priori sigma	:	6 [mm]
2	:	Minimum elevation	:	20 [°]
3	:	Troposphere model	:	Saastamoinen
4	:	Meteo values used from	:	atmosph. model
5	:	Ionosphere model	:	single layer
6	:	Ephemerides	:	broadcast
7	:	Resolve ambiguities	:	yes
8	:	Use ambig. of prev. solutions	:	no
9	:	Mathematical correlations	:	single --> double
10	:	Compute/display residuals	:	in meters

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen	:	1606
Anzahl Parameter	:	27
Anzahl Mehrdeutigkeiten	:	15 (alle gelöst)

RMS einer Doppeldifferenz : 7 mm

Schätzung der Ambiguities

Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS	Basis	Sat.	Ref.Sat.	Ambig	RMS
I	6	9	-0.95	0.02	III	6	12	-0.92	0.03
I	12	9	133.99	0.02	III	11	12	241.05	0.03
I	11	9	-0.98	0.01	III	9	12	0.04	0.01
I	13	9	312.93	0.02	III	13	12	494.98	0.01
II	6	9	0.12	0.02	IV	6	9	0.00	0.03
II	12	9	-0.07	0.02	IV	12	9	-0.01	0.02
II	11	9	-180.93	0.01	IV	11	9	52.99	0.02
II	13	9	-104.06	0.02					

Ausgegliche Koordinaten

	X	rms(X)	Y	rms(Y)	Z	rms(Z)
Fixpkt 7 :	4 374 379.000	0.000	591 475.000	0.000	4 589 367.000	0.000
Neupkt 2 :	4 373 506.410	0.001	590 732.417	0.001	4 591 510.801	0.001
Neupkt 8 :	4 375 299.585	0.001	587 407.511	0.001	4 589 089.800	0.001
Neupkt 9 :	4 374 376.024	0.002	591 464.643	0.001	4 589 371.148	0.002
Neupkt 10 :	4 375 290.208	0.001	587 420.933	0.001	4 589 096.975	0.001

4.9. Gesamtausgleichung

4.9.1. Zusammenstellung der Daten

Für die Gesamtausgleichung wurden die "gescreenten" Doppeldifferenzen zu folgenden Basislinien benutzt. Die Basislinie 3 - 5 der Session 9 wurde weggelassen.

Session 5 (14. Oktober)	Basislinie I : 1 - 2 (2600 m)
	Basislinie II : 1 - 3 (4700 m)
	Basislinie III : 1 - 5 (3800 m)
	Basislinie IV : 1 - 7 (2800 m)
Session 7 (15. Oktober)	Basislinie I : 1 - 3 (4700 m)
	Basislinie II : 1 - 4 (4500 m)
	Basislinie III : 1 - 6 (3600 m)
	Basislinie IV : 1 - 7 (2800 m)
Session 9 (16. Oktober)	Basislinie I : 3 - 4 (3600 m)
	Basislinie III : 3 - 6 (7500 m)
	Basislinie IV : 3 - 7 (2900 m)
Session 10 (17. Oktober)	Basislinie I : 7 - 2 (2400 m)
	Basislinie II : 7 - 8 (4200 m)
	Basislinie III : 7 - 10 (4200 m)
	Basislinie IV : 9 - 10 (4200 m)

Kontrollparameter

1	: A priori sigma	: 6 [mm]
2	: Minimum elevation	: 20 [°]
3	: Troposphere model	: Saastamoinen
4	: Meteo values used from	: atmosph. model
5	: Ionosphere model	: single layer
6	: Ephemerides	: broadcast
7	: Resolve ambiguities	: yes
8	: Use ambig. of prev. solutions	: yes
9	: Mathematical correlations	: single --> double
10	: Compute/display residuals	: in meters

Bemerkung : Die Ambiguities wurden aus den Teillösungen übernommen.

Lagerung auf Punkt 7 mit $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm.

Anzahl Messungen : 5629

Anzahl Parameter : 31

Anzahl Mehrdeutigkeiten : 0

RMS einer Doppeldifferenz : 7 mm

4.9.2. Ausgegliche Koordinaten

Geozentrische Koordinaten				X [m]	Y [m]	Z [m]
7	TURT	7.1	:	4 374 379.000	591 475.000	4 589 367.000
1	BRUN	1.0	:	4 374 500.556	588 805.286	4 590 127.283
2	BRAE	2.0	:	4 373 506.414	590 732.418	4 591 510.807
3	JEIZ	3.EX	:	4 373 206.620	593 065.494	4 591 523.204
4	ERGI	4.0	:	4 375 516.716	593 011.350	4 588 797.338
5	OEMS	5.0	:	4 376 897.188	590 946.522	4 588 105.459
6	AGAR	6.1	:	4 377 342.195	587 779.264	4 588 208.791
8	SUST	8.1	:	4 375 299.585	587 407.511	4 589 089.799
9	TURT	7.0	:	4 374 376.024	591 464.643	4 589 371.148
10	SUST	8.0	:	4 375 290.208	587 420.933	4 589 096.975

Ellipsoidische Koordinaten				Breite	Länge	Höhe
7	TURT	7.1	:	46° 18' 24".80072	7° 42' 1".65567	678.095 m
1	BRUN	1.0	:	46° 18' 47".34363	7° 39' 57".26325	1064.508 m
2	BRAE	2.0	:	46° 19' 35".32375	7° 41' 32".72658	1562.499 m
3	JEIZ	3.EX	:	46° 19' 35".23035	7° 43' 22".66355	1582.394 m
4	ERGI	4.0	:	46° 17' 40".83669	7° 43' 5".65555	1187.542 m
5	OEMS	5.0	:	46° 16' 59".81538	7° 41' 21".43892	1441.484 m
6	AGAR	6.1	:	46° 17' 1".69743	7° 38' 52".07134	1528.872 m
8	SUST	8.1	:	46° 18' 9".95474	7° 38' 47".55739	732.735 m
9	TURT	7.0	:	46° 18' 24".99506	7° 42' 1".19469	678.097 m
10	SUST	8.0	:	46° 18' 10".29105	7° 38' 48".23725	732.737 m

Bemerkungen:

Die obigen Koordinaten, sowohl die geozentrischen als auch die ellipsoidischen, beziehen sich auf das WGS-72 System.

Die Koordinaten des Punktes 7 (TURT 7.1), der als Lagerungspunkt dient, stammen aus der single-point-Lösung mit einer Genauigkeit im Meterbereich. Die hohe GPS-Genauigkeit bezieht sich somit nur auf die Koordinatendifferenzen.

4.9.3. Fehlerellipsoide

Die Ausgleichung des Netzes mit PoPS liefert die Kovarianzmatrix, auf die der Benutzer Zugriff hat [siehe Teil II.5. Transformation and Results]. Die Fehlerellipsoide wurden anschliessend mit Hilfe des Programms FELIPS (Wirth 86) berechnet und gezeichnet. (Darstellung nächste Seite).

Interpretation :

Die Form der Fehlerellipsoide ist identisch, da für alle Punkte keine wesentlichen Unterschiede in der Satellitenkonstellation bestehen.

Die Nord-Süd-Komponente ist etwas grösser als die Ost-West-Komponente. Die Höhe ist um ca. einen Faktor 3 schlechter als die Lage. Diese Verhältnisse werden durch die Geometrie bedingt.

Da der Punkt TURT 7.1 als Lagerungspunkt verwendet wird und als fehlerfrei eingeführt wurde, verschwindet sein Fehlerellipsoid und die gezeichneten Ellipsoide entsprechen somit den relativen Fehlerellipsoiden zum Punkt TURT 7.1.

Punkt SUST 8.0 und SUST 8.1 fallen in der Darstellung zusammen. Da für beide die Anzahl und Verteilung der Messungen in etwa gleich sind und die Basislinie jeweils zum Punkt TURT 7.1 definiert ist, besitzen beide das gleiche Fehlerellipsoid. Es wurde deshalb nur ein Punkt in die Zeichnung aufgenommen.

Die Grössen der Fehlerellipsoide hängen einerseits davon ab, wie oft auf dem entsprechenden Punkt stationiert wurde. Da andererseits nur ein Teil der Kovarianzen berücksichtigt wird, hängt die Grösse der Fehlerellipsoide auch von der Basisliniendefinition ab.

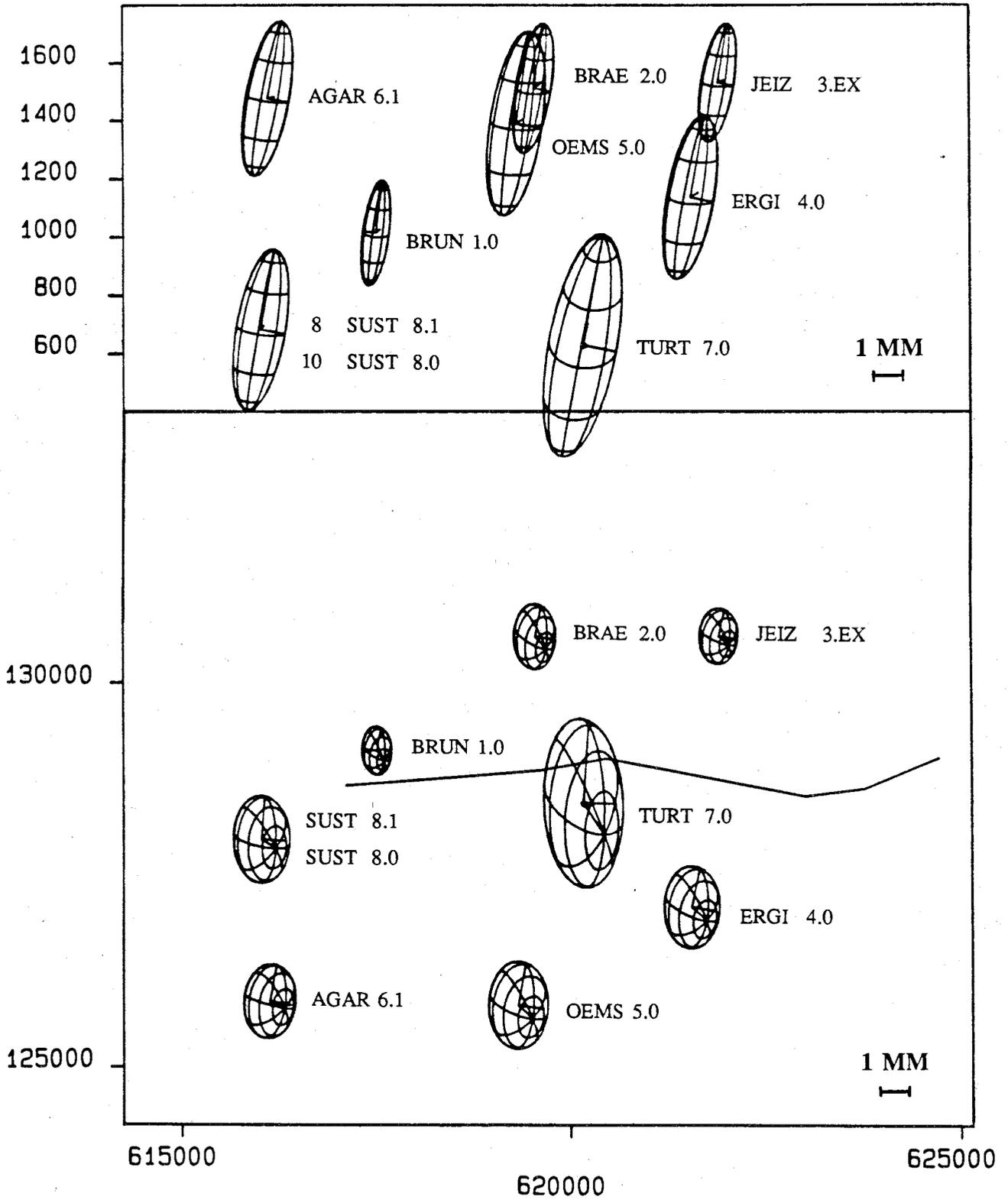
Auf dem Punkt 3.Ex wurde 3mal stationiert.

Auf dem Punkten 1.0, 2.0, 4.0 und 6.1 wurde 2mal stationiert.

Auf den Punkten 8.1, 8.0, 7.0 und 5.0 wurde 1mal stationiert.

So besitzen z.B. die Punkte 1.0 und 3.Ex die kleinsten Fehlerellipsoide; dies wird durch die zweimalige Definition der Basislinien zum Lagerungspunkt 7.1 bewirkt. Der Punkt TURT 7.0 hat hingegen das grösste Fehlerellipsoid. Dies erklärt sich aus der unglücklichen Definition der Basislinien: Der Punkt 7.0 ist nicht direkt an den Lagerungspunkt 7.1 angehängt, sondern indirekt über die Basislinien 7.0-8.0 und 8.0-7.1.

Darstellung der Fehlerellipse in Grundriss und Aufriss



4.10. Vergleich der Teillösungen mit der Gesamtlösung

4.10.1 Vergleich der Koordinaten

Da bei jeder Session der Punkt 7 als Lagerungspunkt benutzt wurde, können die Koordinaten direkt miteinander verglichen werden. Im folgenden wurde jeweils die Differenz zur Gesamtlösung berechnet :

Differenz in den Koordinaten :

sites		Session 5	Session 7	Session 9	Session 10
1	ΔX	-7	2		
	ΔY	-2	1		
	ΔZ	-1	4		
2	ΔX	-1			-4
	ΔY	0			-1
	ΔZ	5			-6
3	ΔX	-10	1	5	
	ΔY	-4	3	0	
	ΔZ	-2	-3	1	
4	ΔX		-2	11	
	ΔY		-2	7	
	ΔZ		0	10	
5	ΔX	-8		-1 *	
	ΔY	-1		2 *	
	ΔZ	-1		-19 *	
6	ΔX		2	5	
	ΔY		1	-1	
	ΔZ		14	-12	
7	ΔX	0	0	0	0
	ΔY	0	0	0	0
	ΔZ	0	0	0	0
8	ΔX				0
	ΔY				0
	ΔZ				1
9	ΔX				0
	ΔY				0
	ΔZ				0
10	ΔX				0
	ΔY				0
	ΔZ				0

Bemerkungen :

Die Resultate der Gesamtausgleichung und der Session 10 für die Punkte 8, 9 und 10 sind identisch, weil diese Punkte nur in einer Session gemessen wurden.

Die Messungen auf dem Punkt 5 der Session 9 wurden in der Gesamtausgleichung nicht berücksichtigt, so dass auch dieser Punkt nur einmal gemessen wurde (in der Session 5). Somit entspricht das Resultat für die Basislinie 1-5 in der Session 5 in etwa dem der Gesamtlösung; dies ersieht man daran, dass sich die Koordinatendifferenzen für Punkt 5 und Punkt 1 in der Session 5 wenig unterscheiden.

4.10.2. Vergleich der Basislinien

In der folgenden Tabelle sind alle möglichen Basislinien, wie sie sich aus den einzelnen Sessions und der Gesamtlösung ergeben, zusammengestellt und mit der Gesamtlösung verglichen. Angegeben sind jeweils die **Distanz in [m]** und die **Differenz in [mm]** zur Gesamtlösung.

Basislinie	Session 5	Session 7	Session 9	Session 10	Gesamtlös.
1 - 2	2572.218 1				2572.217
1 - 3	4666.072 -2	4666.074 0			4666.074
1 - 4		4526.842 -2			4526.844
1 - 5	3796.908 0				3796.908
1 - 6		3578.855 -6			3578.861
1 - 7	2778.522 1	2778.522 1			2778.521
2 - 3	2352.289 -2				2352.291
2 - 5	4810.362 0				4810.362
2 - 7	2430.796 5			2430.788 3	2430.791
2 - 8				4486.839 -3	4486.842
2 - 9				2422.912 -3	2422.915
2 - 10				4469.275 -2	4496.277
3 - 4		3573.486 -4	3573.486 -4		3573.490
3 - 5	5458.142 0		* 5458.152 10		5458.142
3 - 6		7485.483 -5	7485.496 7		7485.489
3 - 7	2924.614 0	2924.613 -1	2924.613 -1		2924.614
4 - 5			* 2578.364 9		2578.355
4 - 6		5572.562 -4	5572.574 12		5572.566
4 - 7		1994.812 -3	1994.824 9		1994.815
5 - 6			* 3200.036 -1		3200.037
5 - 7	2865.661 -6		* 2865.675 8		2865.667
6 - 7		4876.516 -3	4876.526 7		4876.519

7 - 8	4179.568	0	4179.568
7 - 9	11.548	0	11.548
7 - 10	4163.973	0	4163.973
8 - 9	4170.425	0	4170.425
8 - 10	17.877	0	17.877
9 - 10	4154.816	0	4154.816

Bemerkung: Die mit (*) markierten Basislinien sind Basislinien zum Punkt 5 in der Session 9, die in der Gesamtausgleichung nicht berücksichtigt wurden.

4.10.3. Genauigkeitsabschätzung

Aus dem Vergleich zwischen den Lösungen der einzelnen Sessions und der Gesamtlösung kann man die Genauigkeit der Koordinaten abschätzen. Die Genauigkeitsangaben beziehen sich auf **Koordinatendifferenzen** der einzelnen Punkte zum Punkt TURT 7.1.

Betrachtet man das Resultat der Gesamtausgleichung als Sollwert, so werden die Differenzen in den Koordinaten der einzelnen Sessions zu Verbesserungen und ein mittlerer Fehler an X_i lässt sich berechnen aus:

$$m_{X_i} = \sqrt{\frac{[vv]}{n}} \quad \text{mit } X_i = X, Y \text{ resp. } Z$$

Zu dieser Abschätzung werden die Punkte 1, 2, 3, 4 und 6 benutzt, da jeder dieser Punkte mindestens in 2 oder 3 Sessions vorkommt wird der mittlere Fehler an \bar{X}_i der Gesamtausgleichung zu:

$$m_{\bar{X}_i} = \frac{m_{X_i}}{\sqrt{2}}$$

Die so berechneten Werte entsprechen den RMS und geben folgendes Resultat:

$$m_{\bar{X}} = 4.0 \text{ mm} \quad m_{\bar{Y}} = 2.0 \text{ mm} \quad m_{\bar{Z}} = 4.8 \text{ mm} \quad m_p = 6.6 \text{ mm.}$$

Betrachtet man hingegen die Gesamtlösung als eine Art Mittel aus den Teillösungen, so sind die Koordinaten der Gesamtlösung unbekannt und müssen im Freiheitsgrad berücksichtigt werden. Man erhält dann für den mittleren Fehler an \bar{X}_i :

$$m_{\bar{X}_i} = \sqrt{\frac{[vv]}{2(n-u)}} \quad \text{mit } n = 11 \text{ und } u = 5$$

$$m_{\bar{X}} = 5.4 \text{ mm} \quad m_{\bar{Y}} = 2.7 \text{ mm} \quad m_{\bar{Z}} = 6.5 \text{ mm} \quad m_p = 8.9 \text{ mm.}$$

Diese Werte sind mit Vorsicht zu geniessen. Sie entsprechen eher einer **inneren Genauigkeit**, da eine ganze Reihe von systematischen Einflüssen nicht enthalten sind. So wurde bei der Berechnung dasselbe Atmosphärenmodell [Saastamoinen] verwendet. Der minimale Elevationswinkel betrug immer 20° . Auch ist anzunehmen, dass die meteorologischen Bedingungen an den vier Messtagen keine grossen Unterschiede aufwiesen, was zu einer starken Korrelation der Resultate der einzelnen Sessions führt.

Diese mittleren Fehler beziehen sich auf geozentrische Koordinaten. Im folgenden werden sie in lokale astronomische umgerechnet, was die Trennung in Lage- und Höhengenaugigkeit ermöglicht. Zwischen beiden Koordinatensystemen besteht folgender Zusammenhang :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \phi & 0 & -\cos \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

mit $X, Y, Z =$ geozentrische Koordinaten
 $x, y, z =$ lokale astronomische Koordinaten.

Mit $\phi \approx 46^\circ.3$ und $\lambda \approx 7^\circ.7$ erhält man :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.72 & -0.10 & -0.69 \\ 0.13 & 0.99 & 0.00 \\ 0.68 & 0.09 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Die Achsen des x, y, z -Systems sind gegenüber der herkömmlichen Definition vertauscht: die x -Achse entspricht der Süd-, die y -Achse der Ost-Richtung. Da aber hier nur der Unterschied zwischen Lage- und Höhengenaugigkeit interessiert, spielt dies keine Rolle.

Aus dem Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich dann :

$$m_x^2 = (0.72)^2 m_X^2 + (0.10)^2 m_Y^2 + (0.69)^2 m_Z^2$$

$$m_y^2 = (0.13)^2 m_X^2 + (0.99)^2 m_Y^2$$

$$m_z^2 = (0.68)^2 m_X^2 + (0.09)^2 m_Y^2 + (0.72)^2 m_Z^2$$

Dies führt zu folgendem Resultat:

$$m_x = 5.5 \text{ mm} \quad m_y = 2.7 \text{ mm} (\approx m_Y) \quad m_z = 5.6 \text{ mm}$$

Bemerkung : Da bei der Berechnung keine Kovarianzen berücksichtigt wurden, weil sie nicht bekannt sind und sie empirisch zu schätzen wenig sinnvoll ist, entsteht eine Diskrepanz zwischen der Genauigkeit der x- und der y-Koordinate, die wahrscheinlich nicht vorhanden ist.

Um das Problem zu umgehen, wird ein Faktor λ als Genauigkeitsverhältnis zwischen Lage und Höhe eingeführt und geschätzt :

Somit gilt : $m_x = m_y = m$ und $m_z = \lambda m$

Mit der oben eingeführten Drehmatrix R war : $\mathbf{x} = \mathbf{R} \mathbf{X}$.

Benutzt man die inverse Beziehung, so erhält man : $\mathbf{X} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} = \mathbf{R}^T \mathbf{x}$ und ausgeschrieben:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.72 & 0.13 & 0.68 \\ -0.10 & 0.99 & 0.09 \\ -0.69 & 0.00 & 0.72 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Wendet man darauf das Fehlerfortpflanzungsgesetz an, so erhält man drei Gleichungen für die zwei Grössen m^2 und λ^2 :

$$m_x^2 = (0.72)^2 m^2 + (0.13)^2 m^2 + (0.68)^2 m^2 \lambda^2$$

$$m_y^2 = (0.10)^2 m^2 + (0.99)^2 m^2 + (0.09)^2 m^2 \lambda^2$$

$$m_z^2 = (0.69)^2 m^2 + (0.72)^2 m^2 \lambda^2$$

Die mittleren Fehler im geozentrischen System sind bekannt :

$$m_x = 5.4 \text{ mm} \quad m_y = 2.7 \text{ mm} \quad \text{und} \quad m_z = 6.5 \text{ mm}$$

In der zweiten Gleichung kann man den Term mit λ^2 vernachlässigen; dies bedeutet, dass die Genauigkeit der Y-Koordinate nur sehr schwach von der Höhengenaugigkeit abhängt. Aus dieser Gleichung kann m bestimmt werden : $m = 2.7 \text{ mm}$

Die erste und dritte Gleichungen liefern dann jeweils einen Wert für λ : $\lambda_1 = 2.7$ (aus der ersten Gleichung) und $\lambda_3 = 3.2$ (aus der dritten Gleichung).

Dies bedeutet also, dass der mittlere Fehler an der Höhe um etwa einen Faktor 3 grösser ist als der mittlere Fehler an der Lage mit $m_x = m_y = 3 \text{ mm}$ und $m_z = 10 \text{ mm}$.

5. VERGLEICHE UND INTERPRETATION

5.1. Vorgehen

Um einen Vergleich von zwei Koordinatensätzen durchführen zu können, wird eine räumliche Aehnlichkeitstransformation mit Hilfe des Programms **ATRA** durchgeführt. Dieses Programm wurde von **Prof. H. Schmid** und **S. Heggli** entwickelt.

Der funktionale Ansatz der **räumlichen Aehnlichkeitstransformation** wie er von **ATRA** verwendet wird, lautet :

$$F(Y) = D S x_i + \Delta X - X_i = 0$$

mit

x_i = Koordinaten des Punktes i im 1. System.

X_i = Koordinaten des Punktes i im 2. System.

D = Drehmatrix, als Funktion von drei Winkel α, β, γ

mit α = Drehung um die X-Achse
 β = Drehung um die Y-Achse
 γ = Drehung um die Z-Achse

S = Diagonale Massstabsfaktorenmatrix. Sie erlaubt, unterschiedliche Massstabsfaktoren für die einzelnen Achsen einzuführen, insbesondere wird bei der Auswertung auf die Möglichkeit, einen unterschiedlichen Massstab für die Höhe gegenüber der Lage einzuführen, zurückgegriffen.

ΔX = Translationsvektor, ausgedrückt im 2. System.

Die Ausgleichung erfolgt nach einem allgemeinen Ausgleichungsalgorithmus. Für die Koordinaten der Punkte der beiden Systeme müssen die mittleren Fehler angegeben werden. Berechnet werden die Parameter der Aehnlichkeitstransformation sowie deren Kovarianzmatrix, die Verbesserungen an den Koordinaten der beiden Systeme und verbesserte Koordinaten. (Für zusätzliche Information siehe : IGP Mitteilung 23 : Räumliche Koordinatentransformation / Helmut H. Schmid und Siegfried Heggli).

Diesem Programm werden jetzt nicht direkt die geozentrischen, sondern verkürzte und gedrehte Koordinaten zugeführt:

- Bei jedem Satz von Koordinaten wird der **Nullpunkt in den Punkt 9** (TURT 7.0) verschoben.
- Die Koordinatensysteme werden in ein **lokales astronomisches System** gedreht: Damit

entspricht die z-Achse in etwa der Höhe. Dies ermöglicht dann, zwei verschiedene Massstäbe für Lage und Höhe getrennt einzuführen.

5.2. Vergleich mit der Lösung der Firma Wild/Heerbrugg

Dieselben Rohdaten, die ich in meiner Diplomarbeit ausgewertet habe, wurden auch von Mitarbeitern der Firma Wild ausgewertet. Der Vergleich der beiden Resultate gibt Aufschluss über den Einfluss des Operateurs auf die Auswertung und stellt somit eine innere Genauigkeit da.

Die **Unterschiede in der Behandlung der Daten** sind vor allem folgende :

- Die Definition der Sessions kann leicht verschieden sein; ich schätze aber, dass mindestens 70 - 80 % Überschneidungen vorhanden sind.
- Die Definition der Basislinien kann unterschiedlich sein, und dies hat meiner Meinung nach einen nicht zu unterschätzenden Einfluss einerseits auf die Auswertung, da die mathematischen Korrelationen, die bei der Bildung der einfachen Differenzen aus den Phasenmessungen entstehen, nicht berücksichtigt werden und andererseits auf das Data screening.
- Die Beurteilung der Daten und die anschließende Elimination von stark verrauschten Daten beim Data screening hängt, wie oben erwähnt, von der Basisliniendefinition ab. Zudem spielt die Erfahrung und persönliche Beurteilung des Operateurs eine entscheidende Rolle. Als Beispiel sei hier auf die Resultate der Session 9 verwiesen, die zweimal ausgewertet wurde. (siehe Kapitel 4.7.7. Vergleich der Resultate der Versionen 1 und 2).
- In beiden Auswertungen wurden keine Meteodaten eingeführt, sondern die Werte des Standardmodells der Atmosphäre verwendet. Für die troposphärischen Reduktionen wurde in beiden Fällen das Modell von Saastamoinen gewählt und der minimale Elevationswinkel beträgt jeweils 20°.
- Die reduzierten Koordinaten aus den beiden Auswertungen der GPS-Messungen werden nach dem oben beschriebenen Vorgehen aufeinander transformiert. Dabei werden die Koordinaten der Geamlösung festgehalten, indem ein mittlerer Fehler von 1mm eingeführt wird. Die Koordinaten der Wild-Lösung werden hingegen frei belassen, indem der mittlere Fehler auf 50 mm festgelegt wird.

Es wurden folgende zwei Versionen gerechnet :

Version 1 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 1 Massstab ($s_x = s_y = s_z$)
 Version 2 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 2 Massstäbe ($s_x = s_y, s_z$)

Mittlere Gewichtseinheitsfehler a posteriori :

Version 1	Version 2
0.0027	0.0023

Drehwinkel	α	m_α	β	m_β	γ	m_γ	in [cc]
Version 1	0.1	0.3	- 0.4	0.4	0.0	0.2	
Version 2	0.4	0.2	- 0.4	0.3	0.0	0.2	

Translation	T_x	m_x	T_y	m_y	T_z	m_z	in [mm]
Version 1	- 3	1	1	1	9	1	
Version 2	- 3	1	0	1	4	1	

Masstab	s	m_s	s_z	m_{sz}	in [ppm]
Version 1	0.1	0.3			
Version 2	0.3	0.3	10.0	2.0	

Bemerkung : Der Höhenmasstab ist nur angegeben, falls er getrennt eingeführt wurde.

Restklaffungen in [mm]

Punkt.Nr.	Version 1 (1Masstab)			Version 2 (2 Masstäbe)		
	v_x	v_y	v_z	v_x	v_y	v_z
1 BRUN 1.0	-1	1	7	-1	1	7
2 BRAE 2.0	-4	-1	4	-3	-1	0
3 JEIZ 3.EX	-3	-1	0	-2	0	4
4 ERGI 4.0	3	2	-3	3	3	-2
5 OEMS 5.0	-2	0	5	-2	0	2
6 AGAR 6.1	1	1	6	1	0	1
7 TURT 7.1	0	0	3	0	1	8
8 SUST 8.1	2	0	-3	2	0	0
9 TURT 7.0	3	1	-9	3	0	-4
10 SUST 8.0	0	-2	-10	0	-2	-7

Bemerkungen :

Die Werte für die Drehwinkel, die Translationen in x- und y-Richtung sowie der Masstab für die Lage sind nicht signifikant von null verschieden. Es verbleiben nach der Transformation im Mittel Klaffungen von 2 mm in der Lage.

Für die Höhenanpassung ergeben sich auffallende Unterschiede zwischen beiden Lösungen. Man erhält eine signifikante Translation in z-Richtung von $4 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ und vor allem einen Höhenmassstabsfaktor von $10 \text{ ppm} \pm 2 \text{ ppm}$. Dieses Resultat deutet möglicherweise auf einen systematischen Fehler bei der Höhenbestimmung hin. Die Höhenanpassung nach der Transformation liefert eine mittlere Klaffung von 5 mm .

5.3. Vergleich mit der Macrometer-Lösung

Im Oktober 1985 wurde mit Empfängern der Firma Macrometer eine Messkampagne durchgeführt. Im Astronomischen Institut der Universität Bern (AIUB) wurden mit der dort entwickelten Auswertesoftware Koordinaten berechnet. Beide Koordinatensätze der WM101-resp. Macrometerlösung haben nur sechs Punkte gemeinsam. Dies bedeutet, dass bei der räumlichen Koordinatentransformation die Überbestimmung bescheiden ist; der Freiheitsgrad beträgt bei einer Transformation mit 2 Massstabsfaktoren noch $(3 \cdot 6) - 8 = 10$.

Ich habe analog, wie beim Vergleich meiner Lösung mit der Wild-Lösung, mit Hilfe von ATRA eine Transformation durchgeführt, indem ich meine Gesamtlösung freigelassen (1.System) und auf die festgehaltene Macrometer-Lösung (2.System) transformiert habe. Es wurden wieder folgende zwei Versionen berechnet:

Version 1 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 1 Massstab ($s_x = s_y = s_z$)
 Version 2 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 2 Massstäbe ($s_x = s_y, s_z$)

Mittlere Gewichtseinheitsfehler a posteriori :	Version 1	Version 2
	0.0045	0.0045

Drehwinkel	α	m_α	β	m_β	γ	m_γ	in [cc]
Version 1	- 0.7	0.6	- 1.5	0.7	- 2.2	0.4	
Version 2	- 0.7	0.6	- 1.4	0.7	- 2.2	0.4	

Translation	T_x	m_x	T_y	m_y	T_z	m_z	in [mm]
Version 1	1	2	2	2	- 2	2	
Version 2	1	2	2	2	- 4	2	

Massstab	s	m_s	s_z	m_{sz}	in [ppm]
Version 1	1.4	0.7			
Version 2	1.3	0.7	5.2	5.2	

Bemerkung : Der Höhenmassstab ist nur angegeben, falls er getrennt eingeführt wurde.

Restklaffungen in [mm]

Punkt.Nr.			Version 1 (1 Massstab)			Version 2 (2 Massstäbe)		
			v_x	v_y	v_z	v_x	v_y	v_z
2	BRAE	2.0	6	-3	0	7	-3	-2
4	ERGI	4.0	0	-3	5	-1	-3	5
5	OEMS	5.0	-9	-2	-12	-9	-2	-13
6	AGAR	6.1	-2	5	12	-2	5	11
9	TURT	7.0	-2	-2	2	-2	-2	4
10	SUST	8.0	6	5	-7	6	5	-5

Bemerkungen :

Die Übereinstimmung der beiden Lösungen ist nicht sehr befriedigend.

Die Transformationsparameter sind nicht signifikant mit Ausnahme der Drehung um die z-Achse. Der Höhenmassstab in der Version 2 ist schlecht bestimmbar und bringt gegenüber der Version 1 keinen zusätzlichen Genauigkeitsgewinn, da der mittlere Gewichtseinheitsfehler a posteriori unverändert bleibt. Es ist deshalb kein systematischer Fehler in der Höhenbestimmung erkennbar.

Nach der Helmerttransformation verbleiben im Mittel Klaffungen von 6 mm in der Lage und 10 mm in der Höhe. Diese Genauigkeiten entsprechen nicht den Erwartungen. Die grösste Abweichung ergibt sich beim Punkt 5, sowohl in der Lage als auch in der Höhe. Ich habe es unterlassen, die Rechnung ohne den Punkt 5 zu wiederholen, weil eine zusätzliche Reduktion der Anzahl Punkte die Aussagekraft des Resultates noch verringern würde.

5.4. Vergleich mit den (L+T 87-1)-Koordinaten

Bei den (L+T 87-1)-Koordinaten handelt es sich um geozentrische kartesische Koordinaten, die aus einer terrestrischen Messkampagne bestimmt wurden und eine Genauigkeit von ca 2-3 mm haben. Die Koordinaten von allen Punkten, die in der Wild-GPS-Kampagne benutzt wurden, liegen vor. [Schneider et al., 1987]

Bei der Transformation wurden die (L+T 87-1)-Koordinaten festgehalten, indem ein mittlerer Fehler von 1 mm eingeführt wurde, während die GPS-Koordinaten frei belassen wurden. Deren mittlerer Fehler wurde auf 50 mm gesetzt. Damit treten praktisch nur Verbesserungen an den GPS-Koordinaten auf.

Folgende vier Versionen wurden gerechnet :

Version 1 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 1 Massstab ($s_x = s_y = s_z$) mit Punkt 5
 Version 2 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 2 Massstäbe ($s_x = s_y, s_z$) mit Punkt 5
 Version 3 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 1 Massstab ($s_x = s_y = s_z$) ohne Punkt 5
 Version 4 : 3 Drehwinkel, 3 Translationen, 2 Massstäbe ($s_x = s_y, s_z$) ohne Punkt 5

In den zwei ersten Versionen wurden alle Punkte benutzt. Da der Punkt 5 grosse Abweichungen aufzeigt, wurden noch zwei zusätzliche Versionen ohne den Punkt 5 berechnet.

Mittlere Gewichtseinheitsfehler a posteriori

Version 1 (1M. mit 5)	Version 2 (2M. mit 5)	Version 3 (1M. ohne 5)	Version 4 (2M. ohne 5)
0.0040	0.0037	0.0029	0.0028

Drehwinkel	α	m_α	β	m_β	γ	m_γ	in [cc]
Version 1	-3.0	0.4	-1.0	0.5	-0.4	0.3	
Version 2	-3.3	0.4	-1.1	0.5	-0.4	0.3	
Version 3	-3.7	0.3	-2.8	0.5	-0.5	0.2	
Version 4	-3.8	0.3	-2.7	0.5	-0.5	0.2	

Translation	T_x	m_x	T_y	m_y	T_z	m_z	in [mm]
Version 1	11	1	6	1	-10	1	
Version 2	11	1	6	1	-5	2	
Version 3	10	1	6	1	-7	1	
Version 4	10	1	6	1	-4	2	

Massstab	s	m_s	s_z	m_{sz}	in [ppm]
Version 1	0.1	0.5			
Version 2	0.3	0.4	-10.2	3.2	
Version 3	-0.1	0.4			
Version 4	-0.0	0.3	-5.4	2.6	

Restklaffungen in [mm]

Punkt.Nr.			Version 1 (1 Massstab, mit Punkt 5)			Version 2 (2 Massstäbe, mit Punkt 5)		
			v_x	v_y	v_z	v_x	v_y	v_z
1	BRUN	1.0	7	0	-3	6	0	-3
2	BRAE	2.0	2	-1	-3	2	-1	2
3	JEIZ	3.EX	9	-1	-3	8	-1	1
4	ERGI	4.0	0	3	3	1	2	2
5	OEMS	5.0	-6	2	-15	-6	2	-13
6	AGAR	6.1	3	2	4	4	3	9
7	TURT	7.1	-11	-6	10	-11	-6	5
8	SUST	8.1	-1	2	2	-1	3	-1
9	TURT	7.0	-6	-3	7	-6	-3	2
10	SUST	8.0	3	1	-1	4	2	-4

Restklaffungen in [mm]

Punkt.Nr.			Version 3 (1 Massstab, ohne Punkt 5)			Version 4 (2 Massstäbe, ohne Punkt 5)		
			v_x	v_y	v_z	v_x	v_y	v_z
1	BRUN	1.0	6	0	2	6	0	-2
2	BRAE	2.0	1	0	1	1	0	3
3	JEIZ	3.EX	7	0	-2	7	0	0
4	ERGI	4.0	-1	4	-5	0	3	-5
6	AGAR	6.1	1	3	2	1	3	1
7	TURT	7.1	-10	-6	7	-10	-6	4
8	SUST	8.1	-2	2	1	2	2	0
9	TURT	7.0	-5	-3	4	-5	-3	1
10	SUST	8.0	3	1	-2	3	1	-3

Bemerkungen :

Die Werte der Drehwinkel deuten auf eine leichte Verkippung der beiden Systeme hin. Die Höhen, die schlechter bestimmbar sind, bewirken diese Verkippungen, da vor allem die Drehungen um die x-, resp. y-Richtung betroffen sind.

Die Übereinstimmung nach der Transformation ist gut. Die verbleibenden Restklaffen, mit Ausnahme von Punkt 5 sind klein: die mittlere Klaffung einer Koordinate für Lage und Höhe beträgt 5 mm.

Direkter Vergleich

Führt man keine Helmerttransformation durch, sondern lässt nur einen Translationsvektor zwischen den beiden Koordinatensätze zu (keine Rotationen und keinen Massstabsfaktor) und vergleicht die Koordinaten direkt miteinander, so kann man aus den Verbesserungen einen mittleren Fehler für die GPS- Koordinaten berechnen.

Für jeden Koordinatensatz wurden die Differenzen zum Punkt TURT 7.1 gebildet. Es handelt sich um lokale astronomische Koordinaten mit der x-Koordinate in Südrichtung, der y-Koordinate in Ostrichtung und der z-Koordinate in Zenitrichtung: $\Delta x_i = x_i - x_{\text{TURT 7.1}}$.

Die Verbesserungen berechnen sich dann aus der Differenz der GPS-Koordinaten zu den (L+T-87-1)-Koordinaten: $v = \Delta x_{\text{L+T}} - \Delta x_{\text{GPS}}$.

Diese Verbesserungen werden zentriert, was der Berücksichtigung einer Translation entspricht und aus den zentrierten Verbesserungen v' werden mittlere Fehler an den Koordinaten berechnet.

Verbesserungen in [mm]

Punkt.Nr.			v_x	v'_x	v_y	v'_y	v_z	v'_z
1	BRUN	1.0	20	8	4	-1	-27	-11
2	BRAE	2.0	15	3	2	-1	-19	-3
3	JEIZ	3.Ex	20	8	2	-1	-8	8
4	ERGI	4.0	11	-1	5	2	-2	14
5	OEMS	5.0	5	-7	2	-1	-25	-9
6	AGAR	6.1	18	6	2	-1	-21	-5
7	TURT	7.1	0	-12	0	-3	0	16
8	SUST	8.1	12	0	7	4	-27	-11
9	TURT	7.0	5	-7	3	0	-3	13
10	SUST	8.0	17	5	6	3	-30	-14

Dies liefert folgende **mittlere Fehler an den GPS-Koordinaten** :

$$m_x = 7 \text{ mm} \quad (\text{Nord-Süd-Komponente})$$

$$m_y = 2 \text{ mm} \quad (\text{Ost-West-Komponente})$$

$$m_z = 15 \text{ mm} \quad (\text{Höhe})$$

Fasst man die x- und y-Komponente zusammen, so erhält man einen **mittleren Fehler von 5 mm für eine Lagekomponente**.

Bemerkung: Um einen mittleren Fehler an den Koordinatendifferenzen zu berechnen, muss noch ein Faktor $\sqrt{2}$ berücksichtigt werden.

5.5. Zusammenfassung und Schlussfolgerungen

Die Anzahl zur Verfügung stehender Punkte ist recht klein für eine stabile Bestimmung der Transformationsparameter. Dieses Problem macht sich am deutlichsten bei der Bestimmung eines getrennten Höhenmassstabsfaktors bemerkbar. Die schlechte Überbestimmung sowie die hohe Korrelation dieses Koeffizienten mit der Translation in z-Richtung ($\rho \approx -0.8$) bewirken, dass dessen Genauigkeit viel geringer ist als diejenige des Lagemasstabs und dass das Resultat relativ starken Schwankungen unterliegt.

Die in der Gesamtlösung berechnete Höhe für den Punkt 5 gibt bei allen Transformationen einen Unterschied von über 10 mm. Der Punkt 5 wurde in zwei Sessions vermessen: in der Session 5 (vom 14. Okt.) und der Session 9 (vom 15. Okt.). In dieser letzteren Session hatten die Messungen auf dem Punkt 5 die Auflösung der Mehrdeutigkeiten so negativ beeinflusst, dass ich mich entschieden hatte, diese Messungen in der Gesamtlösung nicht zu berücksichtigen. Somit verbleiben nur die Messungen von einem Tag, was zwar auch für andere Punkte (SUST 8.0, TURT 7.1 UND SUST 8.1) zutrifft. Die Ursache dieses Fehlers ist schwierig zu ermitteln, ein Fehlverhalten des Empfängers oder ein Fehler in der Antennenhöhe kann dafür verantwortlich sein. Auch ist es denkbar, dass sich der Punkt gesenkt hat, bewirkt durch das Auffüllen eines Staubeckens in unmittelbarer Nähe.

Im allgemeinen liefern diese Vergleiche gute Resultate. Es kommt deutlich zum Vorschein, dass die Genauigkeit der Lage und der Höhe unterschiedlich ist. Man kann mit GPS-Messungen in solchen kleinen Netzen wie im Turtmann-Netz eine Lagegenauigkeit von ca. 5 mm und eine Höhengenaugigkeit von ca. 15 mm erreichen.

Bei der Höhenbestimmung tritt ein zusätzliches Problem auf. Systematische Fehler, die z.B. durch Fehler in der troposphärischen Reduktion verursacht werden, haben einen grossen Einfluss auf die Höhe, der sich vor allem in einem grossen Höhenmassstabsfaktor widerspiegelt. Die Bestimmung von Höhendifferenzen kann dadurch um ein Vielfaches des mittleren Fehlers verfälscht werden.

6. EINFLUSS DER TROPOSPHÄRENMODELLE AUF DIE GESAMTLÖSUNG

Bei der Auswertung der Doppeldifferenzen mit PoPS werden vom Programm vier verschiedene Möglichkeiten zur Berücksichtigung einer troposphärischen Korrektur angeboten:

- (1) Saastamoinen
- (2) Hopfield (I)
- (3) Hopfield (II)
- (4) None

Es war mir leider nicht möglich, Informationen über die zur Berechnung dieser Korrekturterme verwendeten Algorithmen zu erhalten, und ich habe deshalb bei der Darstellung der Troposphärenkorrektur im Kapitel V.3.1.(Teil I) auf die Publikationen von Saastamoinen und Hopfield zurückgegriffen. Bei den verwendeten Modellen ist mir insbesondere der Unterschied zwischen Hopfield (I) und Hopfield (II) nicht bekannt.

6.1. Vorgehen

Durch Variation des Troposphärenmodelles soll dessen Einfluss auf die Gesamtlösung bestimmt werden. Da der Einfluss der Troposphäre auf das Signal stark vom Elevationswinkel des Satelliten abhängt, wurden für jedes Modell drei Versionen mit unterschiedlichem minimalen Elevationswinkel berechnet. Es ergeben sich somit folgende Versionen :

Version 1	Saastamoinen	15°	Version 5	Saastamoinen	20°
Version 2	Hopfield (I)	15°	Version 6	Hopfield (I)	20°
Version 3	Hopfield (II)	15°	Version 7	Hopfield (II)	20°
Version 4	none	15°	Version 8	none	20°
Version 9	Saastamoinen	30°			
Version 10	Hopfield (I)	30°			
Version 11	Hopfield (II)	30°			
Version 12	none	30°			

Da das Data screening unabhängig von dem verwendeten Troposphärenmodell ist, wurde es nicht erneuert. Auch die Werte für die Uhrparameter wurden bei jeder Version übernommen. Es wurden keine Meteodaten eingeführt, sondern die Werte aus dem Modell der Standardatmosphäre genommen.

6.2. Einfluss auf die Auflösung der Mehrdeutigkeiten

Die Auflösung der Mehrdeutigkeiten hängt u. a. stark von der Güte der troposphärischen Korrektur ab. Ich habe deshalb bei jeder Version die Ambiguities der einzelnen Sessions neu zu lösen versucht. Die Abweichungen der Schätzwerte der Ambiguities von den ganzen Werten stellen wahre Fehler da. Aus ihnen kann folgender mittlerer Fehler berechnet werden :

$$m_A = \sqrt{\frac{[\epsilon\epsilon]}{n}}$$

mit ϵ = wahrer Fehler an einer geschätzten Ambiguity,

n = Anzahl Ambiguities pro Session.

Dieser Wert ist ein guter Indikator für die Genauigkeit der Messungen und auch der Reduktionen. Der Vergleich dieses Wertes gibt Aufschluss über die Güte der einzelnen Troposphärenmodelle.

		N	R	Sess. 5 (14. 10.)	Sess. 7 (15. 10.)	Sess. 9 (16. 10.)	Sess. 10 (17. 10.)
Version. 1	(Saast. 15°)	57	57	0.080	0.114	0.070	0.071
Version 2	(H(I) 15°)	57	57	0.080	0.110	0.070	0.071
Version 3	(H(II) 15°)	57	57	0.115	0.180	0.085	0.057
Version 4	(none 15°)	57	40	0.166*	0.249*	0.102*	0.075*
Version. 5	(Saast. 20°)	57	57	0.050	0.107	0.060	0.062
Version 6	(H(I) 20°)	57	57	0.048	0.106	0.059	0.057
Version 7	(H(II) 20°)	57	57	0.053	0.140	0.059	0.083
Version 8	(none 20°)	57	43	0.112*	0.187*	0.107*	0.055*
Version. 9	(Saast. 30°)	56	56	0.057	0.166	0.083	0.074
Version 10	(H(I) 30°)	56	56	0.057	0.166	0.083	0.074
Version 11	(H(II) 30°)	56	56	0.080	0.183	0.072	0.077
Version 12	(none 30°)	56	56	0.129	0.121	0.144	0.161

(*) In den Versionen, wo es nicht möglich war, alle Ambiguities zu lösen, wurde der mittlere Fehler nur aus den bestimmaren berechnet.

Mit N = Anzahl Ambiguities
 R = Anzahl gelöster Ambiguities

Schlussfolgerungen:

Wie nicht anders zu erwarten war, zeigt sich deutlich, dass der troposphärische Einfluss nicht vernachlässigbar ist.

Ohne Modell ist es bei einem minimalen Elevationswinkel E_{\min} von 15° resp. 20° nicht möglich, alle Mehrdeutigkeiten aufzulösen. Der mittlere Fehler m_A beträgt ca das Doppelte des mittleren Fehlers bei Verwendung eines Modells. Hier zeigt sich auch deutlich, dass Beobachtungen mit kleinem Elevationswinkel mit grösseren Fehlern behaftet sind, da bei Vergrößerung des minimalen Elevationswinkels die Anzahl der gelösten Ambiguites zunimmt.

Vergleicht man das Resultat für die drei Troposphärenmodelle, so zeigt sich, dass keine grossen Unterschiede zwischen Saastamoinen und Hopfield (I) bestehen : Hopfield (I) liefert einen etwas kleineren mittleren Fehler als Saastamoinen. Das Resultat von Hopfield (II) hingegen ist bedeutend schlechter. Dieser Sachverhalt wird auch später durch den Koordinatenvergleich bestätigt.

Interessant ist auch der Einfluss des minimalen Elevationswinkels auf das Resultat. Eine Erhöhung von E_{\min} wirkt sich einerseits positiv auf den troposphärischen Einfluss, andererseits aber negativ auf die Geometrie und die Anzahl Messungen aus.

Für die Anzahl verwendeter Messungen ergibt sich folgendes Bild :

für	$E_{\min} = 15^\circ$:	$N = 5860$
	$E_{\min} = 20^\circ$:	$N = 5620$
	$E_{\min} = 30^\circ$:	$N = 4233$

Vergleicht man die Resultate für die unterschiedlichen minimalen Elevationswinkel, so zeigt sich, dass man mit $E_{\min} = 20^\circ$ die besten Resultate für m_A erhält. Dies erklärt sich bei $E_{\min} = 15^\circ$ durch einen troposphärisch bedingten und bei $E_{\min} = 30^\circ$ durch einen geometrisch bedingten Genauigkeitsverlust gegenüber der Version mit $E_{\min} = 20^\circ$. Auf die Koordinaten ist dieser Einfluss nicht mehr bemerkbar.

6.3. Einfluss auf die Koordinaten

Um den Vergleich zwischen den einzelnen Versionen durchführen zu können, wurden mit Hilfe einer räumlichen Aehnlichkeitstranformation alle Versionen auf die Version 5 transformiert. Diese Referenzversion 5 (Saastamoinen, 20°) entspricht der Gesamtlösung, die zum Vergleich mit den Macrometer- und (L+T 87-1)-Lösungen benutzt wurde. Die räumliche Aehnlichkeitstranformation wurde wieder mit Hilfe des Programms ATRA berechnet (vergleiche Kapitel 5.1.). Es wurden bei jeder Transformation 3 Drehwinkel, 3 Translationen und 2 Massstabsfaktoren bestimmt. Dabei wurden die Koordinaten der Referenzversion festgehalten, indem ein mittlerer Fehler an einer Koordinate von 1 mm eingeführt wurde, während den Koordinaten der anderen Versionen jeweils ein mittlerer Fehler von 50 mm zugeordnet wurde.

Resultate der Transformationsparameter :

Die berechneten **Drehwinkel** sind in jeder Version kleiner als 1° und nicht signifikant, desgleichen sind auch die **Translationen** mit maximal 2 mm nicht signifikant. Es wird deshalb auf ein Auflisten dieser Resultate verzichtet.

Lagemassstab und mittlere Klaffung einer Lagekoordinate :

	Saastamoinen	Hopfield (I)	Hopfield (II)	None
$E_{\min} = 15^{\circ}$	0.0 ± 0.0 ppm $m_{\Delta} = 0.6$ mm	0.0 ± 0.0 ppm $m_{\Delta} = 0.6$ mm	0.0 ± 0.1 ppm $m_{\Delta} = 1.7$ mm	-1.03 ± 0.8 ppm $m_{\Delta} = 11$ mm
$E_{\min} = 20^{\circ}$	Referenz- version	0.0 ± 0.0 ppm $m_{\Delta} = 0.0$ mm	0.0 ± 0.1 ppm $m_{\Delta} = 1.0$ mm	-1.1 ± 0.6 ppm $m_{\Delta} = 8$ mm
$E_{\min} = 30^{\circ}$	-0.2 ± 0.3 ppm $m_{\Delta} = 1.9$ mm	-0.2 ± 0.2 ppm $m_{\Delta} = 1.5$ mm	-0.2 ± 0.3 ppm $m_{\Delta} = 1.5$ mm	1.2 ± 0.6 ppm $m_{\Delta} = 6$ mm

Schlussfolgerung :

Der Einfluss der verschiedenen Troposphärenmodelle auf die Lage ist vernachlässigbar klein. Interessant ist die Tatsache, dass auch die Version ohne troposphärische Korrektur eine brauchbare Lösung liefert. Zwar sind die mittleren Fehler an den Klaffungen 5-10 mal grösser als in den Versionen mit Berücksichtigung der Troposphärenkorrektur, es tritt aber keine signifikante systematische Verschiebung in der Lage auf.

Die Versionen Saastamoinen und Hopfield (I) liefern für die Lage dasselbe Resultat, während bei den Versionen mit Hopfield (II) eine deutliche Zunahme der mittleren Fehler der Klaffungen zu erkennen ist.

Höhenmassstab und mittlere Klaffung an der Höhe :

	Saastamoinen	Hopfield (I)	Hopfield (II)	None
$E_{\min} = 15^\circ$	-2.2 ± 0.4 ppm $m_\Delta = 0.8$ mm	-2.5 ± 0.4 ppm $m_\Delta = 0.6$ mm	-122 ± 1 ppm $m_\Delta = 2$ mm	777 ± 6 ppm $m_\Delta = 12$ mm
$E_{\min} = 20^\circ$	Referenz- version	0.0 ± 0.0 ppm $m_\Delta = 0.0$ mm	-111 ± 1 ppm $m_\Delta = 2$ mm	711 ± 5 ppm $m_\Delta = 8$ mm
$E_{\min} = 30^\circ$	2.9 ± 2.0 ppm $m_\Delta = 5$ mm	-0.1 ± 1.8 ppm $m_\Delta = 5$ mm	-86.7 ± 2 ppm $m_\Delta = 5$ mm	571 ± 4 ppm $m_\Delta = 9$ mm

Schlussfolgerung :

Der unterschiedliche Einfluss der troposphärischen Korrektur auf die Lage und die Höhe kommt hier drastisch zum Ausdruck.

Der Vergleich zwischen Saastamoinen und Hopfield (I) zeigt wieder eine Gleichwertigkeit der Modelle und keine grossen Unterschiede in der Änderung des Höhenmassstabsfaktors bei den Versionen mit unterschiedlichem minimalen Elevationswinkel. Durch die Vernachlässigung der Beobachtungen mit einem Elevationswinkel zwischen 20° und 30° (etwa 1/5 aller Beobachtungen) entstehen nach der Transformation Restklaffungen mit einem mittleren Fehler von 5 mm. Dies deutet auf eine recht grosse Empfindlichkeit des Resultats auf eine Änderung von E_{\min} hin.

Das Hopfield(II)-Modell zeigt im Vergleich zu Saastamoinen resp. Hopfield (I) eine erstaunlich grosse Abweichung von -100 ppm im Durchschnitt, was auf eine Überkompensation des troposphärischen Einflusses beim Hopfield(II)-Modell hindeutet.

Das Resultat der Versionen ohne troposphärische Korrektur zeigt, wie wichtig ein gutes Modell zur Erfassung der Troposphäre ist, da der berechnete Höhenmassstabsfaktor von ca 500 - 700 ppm den gesamten Einfluss beinhaltet.

Zusammenfassend kann man festhalten, dass der Einfluss des verwendeten Troposphärenmodell auf die Lagebestimmung gering ist, während er bei der Höhenbestimmung zur dominierenden Fehlerquelle wird. Es ist deshalb von grosser Wichtigkeit, diesen Einfluss richtig zu erfassen und zu modellieren, will man die erwünschte Genauigkeit im Subzentimeterbereich erreichen.

7. EINFLUSS DES IONOSPHERENMODELLS AUF DIE GESAMTLÖSUNG

PoPS bietet dem Benutzer die Möglichkeit, eine ionosphärische Korrektur an den Messungen anzubringen. Bei der Parameterwahl für das " Ionosphere model " werden folgende zwei Auswahlen angeboten :

- (1) None
- (2) Single Layer

Das Modell "single layer" approximiert die Ionosphäre durch eine Schicht mit konstanter Elektronendichte. (siehe dazu 6.3.2. Einfluss der Ionosphäre).

7.1. Vorgehen

Um den Einfluss auf die Gesamtlösung zu bestimmen, wurden zwei Versionen gerechnet :

- Version 1 Single Layer
- Version 2 None

Alle anderen Kontrollparameter wurden gleich belassen :Für die Troposphärenkorrektur wurde das Saastamoinenmodell verwendet und der minimale Elevationswinkel auf 20° festgelegt.

7.2. Einfluss auf die Koordinaten

Ein direkter Vergleich der geozentrischen Koordinaten zeigt, dass der Einfluss der Ionosphäre auf ein Netz der Größenordnung von 10 • 10 km relativ gering ist. Der Vergleich der auf den Punkt TURT 7.1 reduzierten Koordinatensätze liefert folgende Abweichungen:

Punkt.Nr.	v_x	v_y	v_z	in [mm]
1 BRUN 1.0	1	-1	2	
2 BRAE 2.0	1	-1	3	
3 JEIZ 3.EX	0	1	2	
4 ERGI 4.0	1	1	1	
5 OEMS 5.0	4	0	1	
6 AGAR 6.1	5	-2	3	
7 TURT 7.1	-	-	-	
8 SUST 8.1	2	-2	1	
9 TURT 7.0	0	0	1	
10 SUST 8.0	2	-2	0	

Bei Netzen mit grösserer Ausdehnung wird der Einfluss der Ionosphäre voraussichtlich grösser sein, kann aber mit Zwei-Frequenz-Empfängern eliminiert werden.

8. EINFLUSS DER BEOBACHTUNGSDAUER AUF DIE LÖSUNG

Da geodätische GPS-Messmethoden auf Phasenmessungen beruhen und die gemessenen Phasen mit einer Mehrdeutigkeit behaftet sind, müssen Beobachtungen über einen längeren Zeitraum erfolgen, um diese Mehrdeutigkeiten aufzulösen. In der aktuellen Testphase ist es meistens Brauch, das ganze Beobachtungsfenster von ca 3-4 Stunden auszunutzen. Damit hat man praktisch ein Maximum an Beobachtungen zur Verfügung, wie dies auch bei den WM101-Messungen im Turtmantal der Fall ist.

Nichtdestoweniger interessiert die Frage, insbesondere in Bezug auf kommerzielle Anwendungen, nach einer minimalen Beobachtungsdauer, die die Auflösung der Mehrdeutigkeiten noch erlaubt und eine gewünschte Genauigkeit liefert.

8.1 Vorgehen

Es wurde deswegen eine zweite Auswertung der Messungen durchgeführt, indem pro Tag nur eine Stunde Beobachtungen berücksichtigt wurde. Für jeden Tag vom 14.-17. Oktober wurde eine Session von 4-5 Uhr definiert. In dieser Zeitspanne sind PDOP und GDOP minimal. (Siehe Seite 52).

Im folgenden wurde analog zur 3-Stunden-Auswertung vorgegangen:

- Uhrparameter und Näherungskordinaten wurden in der single-point-Lösung gerechnet, unter Verwendung derselben Kontrollparameter.
- die Basislinien wurden analog zu der 3-Stunden-Auswertung definiert, anschliessend die einfachen und die Doppeldifferenzen gescreent.
- Jede Session wurde einzeln ausgewertet und anschliessend in einer Gesamtausgleichung das Netz berechnet.

8.2 Single-point-Lösung

Die Kontrollparameter wurden gleich gewählt wie in der 3-St.-Auswertung:

```

FREQUENCY                : L1 FREQUENCY
EPHEMERIDES              : BROADCAST
COORDINATE ESTIMATION    : YES
NR. OF REC. CLK. MOD. PARAM. : 3
IONOSPHERE MODEL         : SINGLE LAYER
TROPOSPHERE MODEL        : SAASTAMOINEN
SCREENING POLYNOM DEGREE : MIN: 0  MAX: 3
MAX. ALLOWED EPOCH DIFFERENCE : 180
A PRIORI CLOCK INFORMATION : OFFSET : -600  DRIFT : 0
MINIMUM ELEVATION        : 20°
  
```

8.2.1 WGS-72 Koordinaten aus single-point-Lösung

Koordinaten (X, Y, Z) in [m] und RMS in [m].

site	Session 2 (14. Okt.)	Session 5 (15. Okt.)	Session 8 (16. Okt.)	Session 11 (17. Okt.)
1	4 374 487.4 1.0 588 824.7 0.4 4 590 122.4 0.7	4 374 498.2 3.2 588 815.6 1.4 4 590 123.5 2.4		
2	4 373 480.0 1.4 590 737.9 0.6 4 591 485.6 1.0			4 373 471.7 1.7 590 738.2 0.8 4 591 481.4 1.3
3	4 373 169.4 2.7 593 072.8 1.1 4 591 477.9 1.9	4 373 195.8 1.4 593 071.8 0.6 4 591 514.7 1.0	4 373 175.2 1.5 593 049.7 0.7 4 591 482.4 1.2	
4		4 375 496.8 1.5 593 016.1 0.6 4 588 777.7 1.2	4 375 483.1 2.5 593 000.5 1.1 4 588 771.5 2.2	
5	4 376 866.4 1.5 590 950.9 0.6 4 588 073.4 1.1		4 376 891.5 1.1 590 962.7 0.5 4 588 095.7 0.8	
6		4 377 334.3 1.0 587 783.2 0.4 4 588 204.5 0.8	4 377 321.2 2.7 587 784.3 1.3 4 588 204.0 2.3	
7	4 374 342.4 2.4 591 470.0 1.0 4 589 326.1 1.8	4 374 368.6 1.5 591 484.7 0.7 4 589 357.4 1.2	4 374 355.3 1.0 591 473.9 0.5 4 589 343.7 0.8	4 374 344.3 2.0 591 485.1 1.0 4 589 324.9 1.7
8				4 375 256.7 1.9 587 397.6 0.9 4 589 052.1 1.7

site	Session 2 (14. Okt.)	Session 5 (15. Okt.)	Session 8 (16. Okt.)	Session 11 (17. Okt.)
9				4 374 338.9 1.3 591 463.7 0.7 4 589 340.4 1.7
10				4 375 265.6 1.0 587 438.8 0.5 4 589 087.1 0.9

Berechnet man einen mittleren Fehler der single-point-Lösung nach der in Kapitel 4.4.1 (Seite 60) angewandten Methode und vergleicht das Resultat mit der dort berechneten 3-St.-Lösung, so ergibt sich folgendes Bild:

Translationsvektoren :	3-St.-Auswertung	1-St.-Auswertung	ΔT
	$T_x = -9.8 \text{ m}$	$T_x = -24.2 \text{ m}$	$\Delta T_x = -14.4 \text{ m}$
	$T_y = 8.6 \text{ m}$	$T_y = 4.4 \text{ m}$	$\Delta T_y = -4.2 \text{ m}$
	$T_z = -6.1 \text{ m}$	$T_z = -15.8 \text{ m}$	$\Delta T_z = -9.7 \text{ m}$

Dies bedeutet, dass die single-point-Lösung der 1-St.-Auswertung im Mittel um ΔT gegenüber der 3-St.-Lösung verschoben ist, mit $\Delta T = T_{1\text{St.}} - T_{3\text{St.}}$

Mittlere Fehler an den

Koordinaten :	3-St.-Auswertung	1-St.-Auswertung
	$m_x = 9.3 \text{ m}$	$m_x = 12.2 \text{ m}$
	$m_y = 9.5 \text{ m}$	$m_y = 9.4 \text{ m}$
	$m_z = 7.4 \text{ m}$	$m_z = 14.5 \text{ m}$

Bemerkung: Der Unterschied in der Genauigkeit ist ca ein Faktor 1.5.

8.2.2. Uhrparameter aus single-point-Lösung

In der folgenden Tabelle sind die berechneten Uhrparameter und deren RMS aufgelistet :

Empf.-nummer	Session 2	Session 5	Session 8	Session 11
101	Punkt 7	Punkt 7	Punkt 7	Punkt 7
O	-0.52641 0.69	-0.56186 0.45	-0.56390 0.30	-0.61523 0.63
D	-0.17163 0.46	-0.17192 0.29	-0.02328 0.19	-0.02086 0.39
FD	0.33616 1.3	-0.36393 0.80	1.7107 0.52	1.1325 0.11
104	Punkt 3	Punkt 1	Punkt 4	Punkt 2
O	-0.67187 0.76	-0.49709 0.92	-0.54322 0.77	-0.58121 0.48
D	-0.20134 0.51	-0.20075 0.61	-0.20042 0.49	-0.20054 0.32
FD	0.48888 1.4	0.35777 1.7	0.23486 1.4	0.23705 0.88
129	Punkt 5	Punkt 4	Punkt 6	Punkt 8
O	-0.56551 0.43	-0.62556 0.43	-0.64831 0.84	-0.49228 0.60
D	-0.15874 0.29	-0.15818 0.28	-0.15748 0.53	-0.15814 0.37
FD	0.38105 0.79	0.29985 0.79	0.15488 1.5	0.10786 1.0
138	Punkt 1	Punkt 6	Punkt 5	Punkt 9
O	-0.53170 0.28	-0.52165 0.30	-0.68218 0.32	-0.69819 0.42
D	-0.14962 0.18	-0.14938 0.19	-0.14914 0.21	-0.14897 0.26
FD	0.31578 0.50	0.23807 0.53	0.20147 0.58	0.15826 0.73
143	Punkt 2	Punkt 3	Punkt 3	Punkt 10
O	-0.57043 0.38	-0.58972 0.39	-0.55903 0.45	-0.63221 0.31
D	0.04033 0.25	0.04022 0.27	0.04031 0.30	0.04111 0.20
FD	-0.53983 0.70	-0.33371 0.77	-0.34500 0.82	-0.40705 0.55

O: Offset in 10^{-1} [sec] und RMS in 10^{-8} [sec]
D: Drift in 10^{-6} [sec/sec] und RMS in 10^{-11} [sec/sec]
FD: Freq. drift in 10^{-13} [sec/sec²] und RMS in 10^{-15} [sec/sec²]

Bemerkung: Ein direkter Vergleich der Uhrparameter mit Ausnahme des Driftes mit der 3-St.-Lösung ist nicht möglich, da die Zeitnullpunkte verschieden sind. Bei der Drift spielt dieser Nullpunkt keine so grosse Rolle, da er sogar über die vier Beobachtungstage hinaus recht konstant blieb.

8.3. Auswertung der Phasenmessungen

Die Basislinien wurden identisch zu der 3-St.-Auswertung definiert und die einfachen und Doppeldifferenzen gescreent. Es wurden folgende RMS für die Approximation erreicht:

Session 14. Oktober		Session 15. Oktober		Session 16. Oktober		Session 17. Oktober	
Bl. 1-2	0.02 cy	Bl. 1-3	0.03 cy	Bl. 3-4	0.03 cy	Bl. 7-2	0.03 cy
Bl. 1-3	0.03 cy	Bl. 1-4	0.03 cy	Bl. 3-5	0.04 cy	Bl. 7-8	0.03 cy
Bl. 1-5	0.03 cy	Bl. 1-6	0.03 cy	Bl. 3-6	0.03 cy	Bl. 7-10	0.03 cy
Bl. 1-7	0.03 cy	Bl. 1-7	0.03 cy	Bl. 3-7	0.03 cy	Bl. 9-10	0.03 cy

Die Auswertung erfolgte mit denselben Parameter wie die 3-St.-Auswertung.

Kontrollparameter

1	:	A priori sigma	:	6 [mm]
2	:	Minimum elevation	:	20 [°]
3	:	Troposphere model	:	Saastamoinen
4	:	Meteo values used from	:	atmosph. model
5	:	Ionosphere model	:	single layer
6	:	Ephemerides	:	broadcast
7	:	Resolve ambiguities	:	yes
8	:	Use ambig. of prev. solutions	:	no
9	:	Mathematical correlations	:	single --> double
10	:	Compute/display residuals	:	in meters

Das Netz wurde immer auf dem Punkt 7 (TURT 7.1) gelagert indem $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ mm gesetzt wurde.

8.3.1. Getrennte Berechnungen der einzelnen Sessions

Jede einzelne Session wurde getrennt als Teilnetz eingeführt und berechnet. Bei der Auflösung der Ambiguities ergaben sich dann Probleme. Es war nicht möglich, alle Ambiguities aufzulösen.

Schätzung der Ambiguities

Session 14. Oktober		Anzahl Beobachtungen : 628		RMS of double differences : 5 mm	
Baseline	D	Δh	Anz. Amb.	Anz. gelös. Amb	
1-2	2600 m	500 m	4	4	
1-3	4700 m	520 m	4	1	
1-5	3800 m	380 m	4	4	
1-7	2800 m	385 m	4	4	

Session 15. Oktober Anzahl Beobachtungen : 594 RMS of double differences : 6 mm

Baseline	D	Δh	Anz. Amb.	Anz. gelös. Amb
1-3	4700 m	520 m	4	4
1-4	4500 m	125 m	4	4
1-6	3600 m	465 m	4	4
1-7	2800 m	385 m	4	4

Session 16. Oktober Anzahl Beobachtungen : 569 RMS of double differences : 7 mm

Baseline	D	Δh	Anz. Amb.	Anz. gelös. Amb
3-4	3600 m	395 m	4	0
3-5	5500 m	140 m	4	4
3-6	7500 m	55 m	4	3
3-7	2900 m	905 m	4	1

Session 17. Oktober Anzahl Beobachtungen : 567 RMS of double differences : 6 mm

Baseline	D	Δh	Anz. Amb.	Anz. gelös. Amb
7-2	2400 m	885 m	4	1
7-8	4200 m	55 m	4	4
7-10	4200 m	55 m	4	4
9-10	4200 m	55 m	4	4

Bemerkung: Es zeigt sich eine Abhängigkeit der Auflösbarkeit der Ambiguities von der Länge und dem Höhenunterschied der Basislinie.

Vergleich der Basislinien mit der 3-St.-Lösung

Session	Baseline	res.ambig.	Distanz	3-St.-Lösung	Differenz [mm]
14.Okt.	1-2	4	2572.217	2572.217	0
14.Okt.	1-3	1	4666.158	4666.074	-84
14.Okt.	1-5	4	3796.908	3796.908	0
14.Okt.	1-7	4	2778.522	2778.521	-1
15.Okt.	1-3	4	4666.079	4666.074	-5
15.Okt.	1-4	4	4526.844	4526.844	0
15.Okt.	1-6	4	3578.861	3578.861	0
15.Okt.	1-7	4	2778.525	2778.521	4
16.Okt.	3-4	0	3573.556	3573.490	-66
16.Okt.	3-5	4	5458.145	5458.142	-3
16.Okt.	3-6	3	7485.816	7485.489	-327 *
16.Okt.	3-7	1	2924.688	2924.614	-74
17.Okt.	7-2	1	2430.820	2430.791	-39
17.Okt.	7-8	4	4179.570	4179.568	-2
17.Okt.	7-10	4	4163.974	4163.973	-1
17.Okt.	9-10	4	4154.816	4154.816	0

Bemerkungen:

Die Auswirkung der nicht bestimmaren Mehrdeutigkeiten auf die Koordinaten ist verheerend. Man erkennt deutlich, dass die Auflösung der Ambiguities eine notwendige Voraussetzung ist, um eine Genauigkeit im Millimeterbereich zu erreichen. Ist die Auflösung nicht oder nur teilweise möglich, so ist mit nicht akzeptablen Fehlern im 10 cm-Bereich an den Basislinien resp. an den Koordinaten zu rechnen, wie sie in den obigen Resultaten auftreten.

Bei der mit (*) gekennzeichneten Basislinie sind die Mehrdeutigkeiten falsch aufgelöst worden.

8.3.2. Gesamtausgleichung und Vergleich

Um alle Ambiguities doch noch bestimmen zu können und auch die fehlerhaft gelösten richtig zu stellen, wurde das Netz in Teilnetze zerlegt, indem Basislinien, die identische Punkte benutzen, zusammengefasst wurden. Es war weiterhin darauf zu achten, dass die Anzahl der Mehrdeutigkeiten die maximal erlaubte nicht überstieg.

Die Berechnung folgender drei Teilnetze ermöglichte dann die richtige Bestimmung aller Ambiguities :

Teilnetz A		Teilnetz B		Teilnetz C	
Sess. 14.Okt.	Bl.1-7	Sess. 14.Okt.	Bl.1-3	Sess. 14.Okt.	Bl.1-2
Sess. 14.Okt.	Bl.1-5	Sess. 14.Okt.	Bl.1-7	Sess. 14.Okt.	Bl.1-7
Sess. 15.Okt.	Bl.1-7	Sess. 15.Okt.	Bl.1-3	Sess. 15.Okt.	Bl.7-2
Sess. 15.Okt.	Bl.1-6	Sess. 15.Okt.	Bl.1-7		
Sess. 15.Okt.	Bl.1-4				
Sess. 15.Okt.	Bl.1-3	Sess. 16.Okt.	Bl.3-7		
Sess. 16.Okt.	Bl.3-4				
Sess. 16.Okt.	Bl.3-5				
Sess. 16.Okt.	Bl.3-6				
Sess. 16.Okt.	Bl.3-7				

Anschliessend wurden alle Beobachtungen mit Ausnahme der Basislinie 3-5 in der Session vom 16. Oktober zu einer Gesamtausgleichung zusammengefasst und die in den Teilnetzen berechneten Ambiguities übernommen. Die Basislinie 3-5 wurde wegen des Vergleichs mit der 3-St.-Lösung nicht berücksichtigt.

Ausgeglichene Koordinaten und Differenz zu der 3-Stundenversion

Die Koordinaten beziehen sich auf das WGS-72-System.

Geozentrische Koordinaten

				X	ΔX	Y	ΔY	Z	ΔZ
7	TURT	7.1	:	4 374 379.000	0	591 475.000	0	4 589 367.000	0
1	BRUN	1.0	:	4 374 500.550	6	588 805.283	3	4 590 127.279	4
2	BRAE	2.0	:	4 373 506.411	3	590 732.417	1	4 591 510.805	2
3	JEIZ	3.EX	:	4 373 206.623	-3	593 065.493	1	4 591 523.203	1
4	ERGI	4.0	:	4 375 516.712	4	593 011.350	0	4 588 797.336	2
5	OEMS	5.0	:	4 376 897.183	5	590 946.518	4	4 588 105.454	5
6	AGAR	6.1	:	4 377 342.190	5	587 779.262	2	4 588 208.788	3
8	SUST	8.1	:	4 375 299.576	9	587 407.507	4	4 589 089.787	12
9	TURT	7.0	:	4 374 376.026	-2	591 464.643	0	4 589 371.147	1
10	SUST	8.0	:	4 375 290.210	-2	587 420.933	0	4 589 096.980	5

mit $\Delta X = X_{3\text{-St.}} - X_{1\text{-St.}}$ und X in [m]
 ΔX in [mm]

Ellipsoidische Koordinaten

				Breite	Länge	Höhe
7	TURT	7.1	:	46° 18' 24".80072	7° 42' 01".65567	678.095 m
1	BRUN	1.0	:	46° 18' 47".34369	7° 39' 57".26317	1064.500 m
2	BRAE	2.0	:	46° 19' 35".32377	7° 41' 32".72652	1562.496 m
3	JEIZ	3.EX	:	46° 19' 35".23025	7° 43' 22".66353	1582.395 m
4	ERGI	4.0	:	46° 17' 40".83674	7° 43' 5".65557	1187.538 m
5	OEMS	5.0	:	46° 16' 59".81538	7° 41' 21".43873	1441.477 m
6	AGAR	6.1	:	46° 17' 1".69748	7° 38' 52".07128	1528.868 m
8	SUST	8.1	:	46° 18' 9".95467	7° 38' 47".55726	732.720 m
9	TURT	7.0	:	46° 18' 24".99499	7° 42' 1".19470	678.099 m
10	SUST	8.0	:	46° 18' 10".29109	7° 38' 48".23723	732.742 m

Differenz der 3-St.-Lösung zur 1-St.-Lösung

Aus den ellipsoidischen Koordinaten werden die Differenzen der beiden Versionen berechnet und anschliessend in metrische Einheiten umgewandelt. Es ergibt sich dann folgendes Resultat:

				$\Delta\phi$ [mm]	$\Delta\lambda$ [mm]	Δh [mm]
7	TURT	7.1	:	0	0	0
1	BRUN	1.0	:	-2	2	8
2	BRAE	2.0	:	-1	1	3
3	JEIZ	3.EX	:	3	0	-1
4	ERGI	4.0	:	-2	0	4
5	OEMS	5.0	:	0	4	7
6	AGAR	6.1	:	-2	1	4
8	SUST	8.1	:	2	3	12
9	TURT	7.0	:	2	0	-2
10	SUST	8.0	:	-1	0	-5

Bemerkungen:

Die Unterschiede in den Lagekoordinaten sind gering, während die Höhenbestimmung grössere Abweichungen aufweist.

Führt man einen direkten Vergleich der 1-St.-Lösung mit den (L+T 87-1)-Koordinaten analog zu der auf Seite 92 angewandten Methode durch, so erhält man folgende mittlere Fehler für die GPS-Koordinaten:

$$m_x = 7 \text{ mm} \qquad m_y = 3 \text{ mm} \qquad m_z = 11 \text{ mm}$$

8.3.3. Schlussfolgerungen

Die obige Auswertung liefert eine Bestätigung für die absolute Notwendigkeit des Auflöserns der Mehrdeutigkeiten. Die getrennte Auswertung der einzelnen Sessionen, die sich prinzipiell nicht von der getrennten Auswertung der einzelnen Basislinien unterscheidet, zeigt, dass eine Beobachtungsdauer von 1 Stunde nicht unbedingt ausreicht, um in jedem Fall die Ambiguities aufzulösen. Da aber die meisten Punkte an mehreren Tagen besetzt wurden, gelingt es, durch spezielle Gruppierung der Basislinien in Teilnetze, die Ambiguities zu bestimmen. Eine direkte Berechnung des Gesamtnetzes mit Schätzung der Ambiguities ist wegen der zu grossen Anzahl nicht möglich. Die erreichte Genauigkeit unterscheidet sich nicht von derjenigen der 3-St.-Auswertung.

Zusammenfassend kann man sagen, dass, falls es möglich ist die Ambiguities zu bestimmen, die Genauigkeit nicht mehr stark von der Beobachtungsdauer abhängt.

9. REFERENZLISTE

- Bauersima, I. (1982, 1983, 1984) : NAVSTAR-GPS (Band I-IV), Mitteilungen der Satelliten-Beobachtungsstation Zimmerwald.No.7, 10, 12, 15.
- Beutler, G., W. Gurtner , M. Rothacher, T. Schildknecht, I. Bauersima (1986) : Using the Global Positioning System (GPS) for High Precision Geodetic Surveys : Highlights and Problem Areas, paper prepared for the Position Location and Navigation Symposium (4-7/nov/1986), Las Vegas, Nevada.
- Beutler, G., Davidson D.A., Langley R.B., Santerre R., Vanicek P., Wells D.E. (1984) : Some Theoretical and Practical Aspects of the Geodetic Positioning Using Carrier Phase Difference Observations of GPS Satellites. Mitteilungen der Satelliten-Beobachtungsstation Zimmerwald No. 14.
- Beutler, G., W. Gurtner, I. Bauersima, M. Rothacher (1986) : Efficient Computation of the Inverse of the Covariance Matrix of Simultaneous GPS Carrier Phase Difference Observations, published by the Astronomical Institute of the University of Berne.
- Beutler, G., W. Gurtner, I. Bauersima, M. Rothacher (1986) : Correlations between Simultaneous GPS Double Difference Carrier Phase Observations in the Multistation Mode : Implementation, Considerations and First Experiences, published by the Astronomical Institute of the University of Berne, submitted to Manuscripta Geodaetica.
- Fell, P.J. (1980) : Geodetic Positioning Using a Global Positioning System of Satellites. OSU, Report No.299.
- Geiger, A., H.-G. Kahle (1982) : Zum Dopplerverfahren in der Satellitengeodäsie : Ein Überblick. VPK 6/82 pp 181-191.
- Geiger,A., H.G. Kahle, D. Schneider, M. Rothacher, G: Beutler, W.Gurtner (1985) : Das GPS-Testnetz Turtmann: Netzanlage und Messkampagne 1985. VPK 7/86, pp 266-277.

- Geiger, A. (1987) : Einfluss richtungsabhängiger Fehler bei Satellitenmessungen. IGP-Bericht Nr. 130.
- Gurtner, W. (1985) : GPS-Papers presented by the Astronomical Institute of the University of Berne in the year 1985. Mitteilungen der Satelliten-Beobachtungsstation Zimmerwald No. 18.
- Hopfield, H.S. (1969) : Two-quartic Tropospheric Refractivity Profile for Correcting Satellite Data, published in : Journal of Geophysical Research vol 74, No 18, pp 4487 - 4499.
- Kahle, H.-G., A. Geiger, A. Wiget (1986) : Satellitengeodätische Methoden mit Hilfe von Radiowellenmessungen : TRANSIT und NAVSTAR/GPS. IGP-Bericht No.109.
- Kahle, H.-G., Geiger, A., Cocard, M. und M. Müller (1987) : Einführung in die Höhere Geodäsie. Ergänzung NAVSTAR/GPS.
- King, R.W., E.G. Masters, C. Rizos, A. Stolz and J. Collins (1985) : Surveying with GPS. Monograph No 9, School of New South Wales, Kensington NSW, Australia.
- Rothacher, M., G. Beutler, W. Gurtner, A. Geiger, H.-G.Kahle and D. Schneider(1986): The 1985 Swiss GPS Campaign. In : Proc. 4th. Int. Sym. Sat. Pos.: 979-992.
- Saastamoinen, J.(1972) : Contribution to the Theory of Atmospheric Refraction (I, II and III), published in : Bulletin géodésique No.105, 106 and 107.
- Scherrer, R. (1985) : The Wild-Magnavox GPS Primer.
- Schneider, D.(1987) : Terrestrische Bestimmung von Koordinaten des GPS-Testnetzes Turtmann (interner Bericht L+T).
- Wells, D.[ed.], (1986) : Guide to GPS Positioning, Canadian GPS Associates 1986, Fredericton, New Brunswick , Canada.

Proceedings und Sammelbände

Global Positioning System. Papers published in Navigation, Vol I and II, The Institute of Navigation, Washington D.C. 1980 and 1984.

Proceedings of the 1th International Symposium on Positioning with GPS - 1985. Vol. I and II, U.S. Department of Commerce, Rockville, Maryland, USA, April 1985.

Proceedings of the 4th International Geodetic Symposium on Satellite Positioning. The U.S. Department of Defence and the U.S. Department of Commerce, Austin, Texas, April 28 to May 2 1986.

10. ABKÜRZUNGEN

AIUB	=	Astronomisches Institut der Universität Bern
C/A-Code	=	Coarse oder Clear Acquisition Code
GPS	=	Global Positioning System
IGP-ETHZ	=	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
L+T	=	Bundesamt für Landestopographie
NAVSTAR	=	Navigation Satellite Timing and Ranging
P-Code	=	Precise oder Protected Code
VPK	=	Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik